

Rey. 969
CB 1665369

Sig M77.36 : M77.22
(1023) = 60



MINISTERIO DEL AIRE
SUBSECRETARIA DE AVIACION CIVIL

SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL

Publicaciones

Serie A (Memorias) núm. 39

DISTRIBUCION DE LAS FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES DE PRECIPITACION EN EL NORTE DE ESPAÑA

Por el Meteorólogo

Pedro MATEO GONZALEZ

Jefe del Observatorio Meteorológico de Gijón

60+28



OFICINA CENTRAL
MADRID, 1964

INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGÍA

PRECIPITACIONES DE LAS FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES DE PRECIPITACION EN EL NORTE DE ESPAÑA

por el meteorólogo
PABLO MATO GONZALEZ
Jefe del Observatorio Meteorológico de Gijón



OFICINA CENTRAL
GRÁFICAS VIRGEN DE LORETO

1.—DISTRIBUCION DE LAS FRECUENCIAS DE CANTIDADES DE PRECIPITACION RECOGIDA

La experiencia muestra que, tomando intervalos de tiempo suficientemente grandes, la distribución de frecuencias de las cantidades de precipitación en ellos recogidas puede ajustarse a una curva normal de distribución de probabilidades. En este trabajo los intervalos escogidos, para ensayar el citado ajuste, fueron de un año y se trataron, así, las observaciones pluviométricas realizadas en diversos puntos de la costa norte de España, a saber: La Coruña, Castropol, Oviedo, Gijón, Santander, Bilbao y San Sebastián.

Unas veces se utilizó como fuente de información el archivo del Observatorio correspondiente, o los datos facilitados directamente por el mismo, y otras, las publicaciones periódicas del Servicio Meteorológico Nacional, de tipo anual o mensual, y la no periódica *Las series más largas de observaciones pluviométricas en la península Ibérica* (1).

Se comienza con el estudio de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en Gijón, el cual sirve de modelo para las restantes estaciones, por lo que se hace con más detalle que en estas últimas. Ajustada una curva normal de distribución de probabilidades a la citada distribución de frecuencias, después se consigue lo mismo en las demás estaciones citadas anteriormente, excepto para dos de ellas: Oviedo y San Sebastián. Los histogramas de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación para ambos lugares, obtenidas de *Las series más largas de observaciones pluviométricas en la península Ibérica*, muestran, con su simple examen, que no es posible pensar en ajustarles una curva normal de probabilidades.

Las estaciones para las cuales se ajusta una curva normal de distribución de probabilidades a su distribución de frecuencias de cantidades anuales de precipitación, aparecen representadas en el mapa del Norte de España de la figura 1; se ve que cubren aceptablemente toda la costa norte.

El estudio de la distribución de frecuencias de las cantidades de precipitación recogidas por períodos inferiores a un año, se hace exclusivamente para Gijón, y según los períodos que más adelante se especifican. Al reducir los períodos, la distribución se va haciendo asimétrica, con asimetría positiva, y apuntada, apartándose de la distribución

(1) Servicio Meteorológico Nacional: *Las series más largas de observaciones pluviométricas en la Península Ibérica*. Pub. Serie D, núm. 1, Sección de Climatología. Madrid, 1943.

normal tanto más cuanto más se reducen los citados períodos de totalización de precipitación recogida.

De este modo, al estudiar las frecuencias de las cantidades de precipitación trimestral en Gijón, no se pueden ajustar a una distribución



Fig. 1.—Situación de las estaciones pluviométricas de la costa norte de España, para las cuales se estudia la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación.

normal, pero sí a una derivada de ella, la normal corregida de asimetría y apuntamiento. Sin embargo, esta distribución teórica de probabilidades no sirve para el ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades mensuales de precipitación en el mismo Gijón, porque esta distribución ya se aparta excesivamente de la distribución normal para que tenga éxito el ajuste anteriormente citado.

Al tratar de ensayar el ajuste de otra distribución teórica derivada de la normal, la logaritmo normal, a la distribución de frecuencias de las cantidades mensuales de precipitación en Gijón, se observa que el apuntamiento hallado para esta última es inferior al preconizado para realizar dicho ajuste. En consecuencia, las conclusiones obtenidas, en este caso, proceden de la distribución empírica, utilizándose la curva de frecuencias relativas acumuladas.

2.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN GIJÓN, A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES

2.1.—Preliminares.

Para el estudio de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en Gijón se han manejado los datos contenidos en el cuadro núm. 1. Comprende este cuadro las precipitaciones mensuales y anuales observadas en Gijón desde el año 1922 hasta el año 1960, entre los cuales hay treinta y cinco años completos de observación, y según constan en el archivo del Observatorio Meteorológico de Gijón. Información acerca de las condiciones de instalación del pluviómetro en dicho observatorio pueden obtenerse consultando la publicación del Servicio Meteorológico Nacional *El clima de Gijón (Costa Cantábrica de España)*" (2), que comprende un estudio de observaciones meteorológicas hasta el año 1950. Desde este año, hasta 1960, las condiciones de observación no variaron.

Se ha tomado como amplitud de intervalo 100 mm. y como centros de intervalos o marcas (X), las centenas enteras, como se manifiesta en el cuadro núm. 2, columnas (a) y (b). En dicho cuadro, en la columna (c), aparecen los datos anuales del cuadro núm. 1, clasificados por frecuencias en los intervalos correspondientes. Dichas frecuencias se representan gráficamente en el histograma incluido en la fig. 2.

A la vista del histograma de frecuencias, y teniendo en cuenta el régimen pluviométrico que se estudia, con agrupamiento de valores alrededor de uno central y resistencia a dispersiones extremadas, se establece la hipótesis de que se puede ajustar, a dicho histograma de frecuencias, una curva normal, o de Gauss, de probabilidades. Estadísticamente se contrastará dicha hipótesis teniéndose en cuenta que:

1) El contraste es meramente negativo, o sea, que se prueba que estadísticamente no hay inconveniente en admitir la hipótesis expuesta.

2) El contraste no tiene el carácter de prueba en el sentido matemático y podrían, incluso, encontrarse otras distribuciones de probabilidades que se ajustasen mejor a la de frecuencias en estudio.

3) Por lo tanto, lo que se trata de establecer es que el ajuste, si no es el mejor, es razonablemente bueno, según apreciaciones del sentido común.

(2) MATEO GONZÁLEZ, PEDRO. *El clima de Gijón (Costa Cantábrica de España)*. Pub. Serie A, núm. 25. Sección de Climatología. Madrid, 1955.

CUADRO NUM. 1.—Gijón. Precipitación mensual y anual en mm.

A Ñ O S	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	A Ñ O
1922	—	62,5	60,5	73,2	77,4	—	43,3	34,5	—	—	67,0	67,6	—
1923	93,4	97,6	71,0	68,9	63,6	6,6	18,9	9,6	42,0	100,1	237,6	82,6	913,7
1924	62,0	95,2	134,2	120,2	94,4	63,5	53,2	79,6	56,8	67,1	116,4	62,8	758,2
1925	24,0	64,8	53,4	81,1	81,2	44,3	6,9	19,5	83,5	115,7	158,7	102,2	1.108,4
1926	27,9	193,6	134,1	60,4	67,2	31,7	55,4	48,4	36,1	81,1	124,7	96,5	717,5
1927	193,6	133,0	105,5	98,0	141,3	29,6	1,2	21,0	101,5	37,1	188,3	234,3	1.196,9
1928	90,0	117,5	52,7	34,0	107,4	69,7	56,3	34,3	9,4	67,4	46,8	169,7	861,9
1929	82,1	195,9	108,1	159,4	38,4	41,7	158,4	26,2	63,2	191,9	152,9	116,2	1.086,1
1930	106,7	159,2	63,7	82,7	115,3	114,4	57,7	102,5	74,4	56,3	132,0	42,2	1.202,3
1931	49,1	29,4	57,2	109,9	141,4	127,7	134,0	58,3	55,7	59,5	97,7	83,0	1.107,1
1932	78,0	37,5	66,1	22,2	36,5	92,1	24,9	19,5	172,3	131,2	208,4	194,0	1.002,9
1933	34,5	48,1	109,1	176,8	61,5	43,6	29,5	56,6	35,6	71,1	199,4	164,3	1.082,7
1934	73,7	43,1	70,0	63,5	140,6	78,7	112,0	81,6	33,1	173,0	143,1	143,4	1.030,1
1935	120,4	244,1	125,6	169,8	223,9	81,5	—	—	—	—	—	—	1.155,8
1936	—	59,0	82,7	101,8	88,5	32,0	25,8	40,7	26,7	120,7	125,3	188,5	—
1937	120,1	154,7	64,0	71,0	179,0	134,6	77,5	15,4	218,0	140,7	40,6	158,6	917,2
1938	126,9	190,2	159,3	101,6	197,0	75,5	83,9	137,2	58,3	116,0	153,5	114,5	1.425,1
1939	155,0	83,1	102,4	68,2	82,8	54,5	37,4	49,5	139,5	22,5	164,8	77,3	1.422,6
1940	223,7	65,2	18,2	17,0	69,7	9,2	53,9	49,3	172,7	47,4	51,6	90,4	1.030,5
1941	115,9	135,3	24,7	25,6	30,2	11,5	67,5	146,5	57,4	250,4	141,0	123,8	918,0
1942	2,3	1,0	22,6	76,1	74,4	17,9	61,8	153,4	23,9	68,0	41,6	92,2	1.016,2
1943	279,8	99,4	94,9	80,5	256,8	50,4	6,2	84,4	41,9	63,1	124,3	247,3	912,7
1944	70,4	206,2	76,3	25,7	99,1	79,5	13,8	59,2	110,1	70,4	92,4	114,4	1.219,6
1945	76,3	36,2	20,7	82,3	69,6	30,2	9,6	53,6	42,2	130,0	39,9	66,6	1.023,4
1946	186,0	33,3	115,6	61,1	130,4	20,5	8,6	41,4	50,7	95,1	248,8	137,9	766,9
1947	62,9	81,7	25,0	85,5	60,1	77,0	18,8	43,2	84,4	138,6	72,2	291,1	1.006,3
1948	13,9	147,9	64,0	66,3	84,8	94,6	14,6	71,5	45,7	161,5	75,7	66,0	991,5
1949	181,8	171,1	62,6	83,7	28,1	46,3	101,3	47,8	137,7	86,5	172,8	195,7	1.074,4
1950	171,1	89,1	11,4	45,3	41,9	139,5	19,3	16,4	112,8	89,5	26,7	58,2	1.162,0
1951	59,6	109,3	87,2	43,9	71,1	68,5	20,9	145,6	54,3	66,5	92,0	32,4	709,7
1952	196,5	136,3	87,5	18,9	48,4	62,1	67,1	13,2	37,5	176,4	53,0	110,7	988,2
1953	171,0	102,2	82,1	88,3	38,8	29,8	96,2	72,7	41,7	93,5	102,4	31,8	982,1
1954	102,2	135,6	71,2	111,1	58,8	75,6	14,2	23,2	48,4	43,7	105,5	160,1	915,1
1955	54,5	59,5	71,2	111,1	58,8	75,6	14,2	23,2	48,4	43,7	105,5	160,1	825,8
1956	87,8	28,2	149,6	76,5	74,8	76,9	8,6	58,5	21,7	78,4	64,8	72,3	798,1
1957	64,7	5,0	73,1	124,2	78,0	32,1	13,2	69,2	69,8	106,3	132,7	234,1	1.002,4
1958	110,3	59,2	99,1	15,8	26,2	17,5	21,1	73,5	148,9	210,2	109,5	294,1	1.185,4

CUADRO NUM. 2.—Gijón. Disposición de los cálculos para la determinación de los estadísticos, que se indican en el texto, de la distribución de las cantidades anuales de precipitación.

(a) Intervalos mm.	(b) Marcas X	(c) Frecuen- cias F	(d) X. F	(e) $\frac{X-X_o}{100}$	(f) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^2$	(g) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^2 \cdot F$	(h) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^3$	(i) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^3 \cdot F$	(j) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^4$	(k) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^4 \cdot F$
650 a 750	700	2	1.400	—3	9	18	—27	—54	81	162
750 a 850	800	4	3.200	—2	4	16	—8	—32	16	64
850 a 950	900	6	5.400	—1	1	6	—1	—6	1	6
950 a 1.050	1.000	10	10.000	0	0	0	0	0	0	0
1.050 a 1.150	1.100	5	5.500	1	1	5	1	5	1	5
1.150 a 1.250	1.200	6	7.200	2	4	24	8	48	16	96
1.250 a 1.350	1.300	0	0	3	9	0	27	0	81	0
1.350 a 1.450	1.400	2	2.800	4	16	32	64	128	256	512
Sumas		35	35.500			101		89		845

$$M = 1.014,3 \text{ mm.}; \quad X_o = 1.000 \text{ mm.}; \quad d = 1.014,3 - 1.000 = 14,3 \text{ mm.}$$

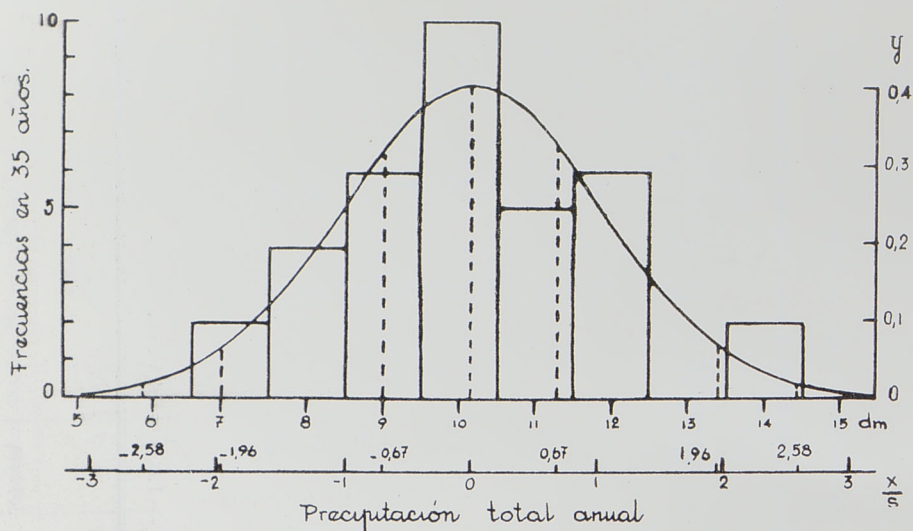


Fig. 2.—Gijón. Histograma de frecuencias de las cantidades de precepitación anual en treinta y cinco años y curva de distribución normal de probabilidades ajustada.
Media = 1.014,3 mm.; desviación típica = 166,8 mm.

2.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu.

El primer contraste que se aplica es el criterio de Cornu, que establece que la relación entre la desviación media, $|d|$, (media de los valores absolutos de las desviaciones respecto de la media de la precipitación anual) y la desviación típica, s , vale 0,80 para una distribución normal, condición que es necesaria, pero no suficiente.

El cálculo de $|d|$ se hace con los datos contenidos en el cuadro número 2. La frecuencia en el intervalo 950-1.050 que contiene a la media, 1.014,3, se distribuye proporcionalmente a los intervalos 1.014,3-950 y 1.050-1.014,3, y las dos frecuencias así halladas, se aplican a los centros de los anteriores intervalos. De este modo:

$$\begin{aligned}
 |d| = \frac{1}{35} & \left[(1.014,3-700) \times 2 + (1.014,3-800) \times 4 + \right. \\
 & + (1.014,3-900) \times 6 + \frac{1.014,3-950}{2} \times 6,4 + \\
 & + \frac{1.050-1.014,3}{2} \times 3,6 + (1.100-1.014,3) \times 5 + \\
 & \left. + (1.200-1.014,3) \times 6 + (1.400-1.014,3) \times 2 \right] = 135,9 \text{ mm.}
 \end{aligned}$$

El valor de la desviación típica, s , también con los datos del cuadro número 2, se calcula más adelante y vale $s = 166,8$ mm., con lo cual:

$$\frac{|d|}{s} = 0,81,$$

valor muy próximo a 0,80 y, desde luego, dentro de los márgenes de error admisibles, como obtenido de una muestra y al nivel 95 por 100 (3). El criterio de Cornu, por lo tanto, no se opone a que sea considerada la distribución de frecuencias observadas como una muestra de una distribución normal.

2.3.—Contraste previo del ajuste mediante la asimetría y el apuntamiento o achatamiento de la distribución de frecuencias.

Un estudio más completo, pero más laborioso, del posible ajuste de la distribución de frecuencias observadas a una distribución normal de probabilidades, se hace mediante la consideración de la asimetría y del apuntamiento o achatamiento (kurtosis) de dicha distribución de frecuencias observadas. Llamando m_2 , m_3 y m_4 a los momentos de segundo, tercero y cuarto orden, respectivamente, de la citada distribución, respecto de la media, se toma para valor de la asimetría $g_1 =$

$$= \frac{m_3}{m_2^{3/2}} \text{ y para valor del apuntamiento o achatamiento } g_2 = \frac{m_4}{m_2^2} - 3.$$

El valor de ambos en una distribución normal es cero.

Para el cálculo de m_2 , m_3 y m_4 se utilizan los números contenidos en el cuadro núm. 2. Ya se ha indicado anteriormente el significado de las columnas (a), (b) y (c). Los números de la columna (d) resultan de multiplicar cada frecuencia por el valor central que le corresponde en la columna (b). El cociente entre la suma de los números de esta columna y la suma de los números de la columna (c), nos da la media $M = 1.014,3$ mm., ya manejada anteriormente.

Con objeto de facilitar los cálculos se toman, en lugar de las desviaciones respecto de la media, las desviaciones respecto a $X_o = 1.000$ milímetros y, como unidad, la amplitud de los intervalos, o sea, 100 milímetros. Esto se observa en las columnas siguientes a la (d). Las columnas (g), (i) y (k) están formadas multiplicando los números de las precedentes por los correspondientes de la (c), de frecuencias absolutas.

A los momentos de segundo, tercero y cuarto orden, tomados respecto a X_o , se les suele designar, y así se les designa aquí, por m'_2 , m'_3 y m'_4 , respectivamente. Las correcciones para pasar a m_2 , m_3 y m_4 se hacen teniendo en cuenta que $d = M - X_o$ vale, en este caso, $d = 14,3$

(3) GEARY, R. C. *The ratio of the mean deviation to the standard deviation as a test of normality*. Biometrika, Cambridge, 1935.

milímetros. Además, calculándose los momentos con datos agrupados, será preciso aplicarles la corrección de Sheppard. Por esta razón se indican con n_2 , n_3 y n_4 los momentos respecto a M, y por n'_2 , n'_3 y n'_4 , los momentos respecto a X_0 , antes de aplicarles dicha corrección. A continuación, se expone el cálculo de los diversos momentos, con los datos contenidos en el cuadro núm. 2.

Momento de segundo orden:

$$n_2 = n'_2 - d^2$$

$$n_2 = \frac{100^2}{35} \times 101.14,3^2 = 28.652,65 \text{ mm}^2.$$

Corrección de Sheppard = $-\frac{1}{12} a^2$ ($a = 100$ mm., amplitud del intervalo).

$$m_2 = n_2 - \frac{1}{12} \times 100^2 \cong 27.819 \text{ mm}^2.$$

El valor de la desviación típica, s , es,

$$s = \sqrt{m_2}.$$

$$s = \sqrt{27.819} = 166,8 \text{ mm}.$$

Momento de tercer orden:

Corrección de Sheppard nula.

$$m_3 = m'_3 - 3 n_2 d - d^3.$$

$$\begin{aligned} m_3 &= \frac{100^3}{35} \times 89 - 3 \times 28.652,65 \times 14,3 - 14,3^3 = \\ &= 1.310.734,251 \text{ mm}^3 \cong 1.310.734 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

Momento de cuarto orden:

$$n_4 = n'_4 - 4 m_3 d - 6 n_2 d^2 - d^4.$$

$$\begin{aligned} n_4 &= \frac{100^4}{35} \times 845 - 4 \times 1.310.734,251 \times 14,3 - 6 \times \\ &\quad \times 28.652,65 \times 14,3^2 - 14,3^4 = \\ &= 2.304.114.816,5774 \text{ mm}^4. \end{aligned}$$

$$\text{Corrección de Sheppard} = -\frac{1}{2} n_2 a^2 - \frac{7}{240} a^4 \quad (a = 100 \text{ mm., amplitud del intervalo}).$$

$$m_4 = m_4 - \frac{1}{2} \times 28.652,65 \times 100^2 - \frac{7}{240} \times 100^4 \cong \\ \cong 2.163.768.233 \text{ mm}^4.$$

Con los valores hallados para los momentos se calculan la asimetría y el apuntamiento o achatamiento (kurtosis). La asimetría vale:

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}; \quad g_1 = \frac{1.310.734}{\sqrt{27.819^3}} = 0,282.$$

El valor esperado es cero; pero la distribución de g_1 , en muestras de extensión N, es normal, de media cero y desviación típica, según Pearson:

$$s = \sqrt{\frac{6 N (N - 1)}{(N - 2) (N + 1) (N + 3)}}$$

En este caso, con $N = 35$, tenemos:

$$s = \sqrt{\frac{6 \times 35 \times 34}{33 \times 36 \times 38}} = 0,40.$$

La probabilidad de obtener una desviación tipificada igual o menor que $\frac{g_1}{s} = \frac{0,282}{0,40} = 0,71$ (positiva o negativa), en una distribución normal, es de cerca del 50 por 100. Luego el valor obtenido queda ampliamente dentro de los márgenes generalmente aceptados, que son hasta el 95 por 100, correspondientes a $g_1 < 1,96 s$. En conclusión, es lícito considerar como válida la hipótesis de que la distribución de frecuencias observadas, de las cantidades anuales de precipitación, no tiene asimetría.

El apuntamiento o achatamiento vale:

$$g_2 = \frac{m_4}{m_2^2} - 3; \quad g_2 = \frac{2.163.768.233}{27.819^2} - 3 = -0,20.$$

El valor esperado es cero. Como la distribución de g_2 no es normal, no se puede seguir el criterio aplicado a g_1 para asegurarse de si la distribución de frecuencias es realmente achatada ($g_2 < 0$). Ahora bien, Pearson establece para una distribución de frecuencias de g_2 obtenidas de muestras de extensión N, de una población normal, el valor medio aproximado de $-0,17$, para este caso en que $N = 35$ (4). El valor

obtenido es muy próximo y se acepta, en consecuencia, que no tiene real achatamiento la distribución de frecuencias observadas de las cantidades anuales de precipitación.

2.4.—Realización del ajuste.

Por todo lo anteriormente expuesto, se va a efectuar el ajuste de la distribución de frecuencias de precipitaciones anuales, a una curva de distribución normal de probabilidades, también llamada de Gauss. Este ajuste se realiza en el cuadro núm. 3. En dicho cuadro, la colum-

CUADRO NÚM. 3.—Gijón. Ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

(a) Marcas mm.	(b) Límites X	(c) $x = X - M$	(d) $z = \frac{x}{s}$	(e) A	(f) ΔA	(g) (h) FRECUENCIAS	
						Esperadas $\Delta A, 0,035$	Observadas
650 ó menos							
	650	—364,3	—2,18	14,7	14,7	0,5	0
700	750	—264,3	—1,58	57	42,3	1,5	2
800	850	—164,3	—0,99	161	104	3,6	4
900	950	—64,3	—0,39	348	187	6,5	6
1.000	1.050	35,7	0,21	583	235	8,2	10
1.100	1.150	135,7	0,81	791	208	7,3	5
1.200	1.250	235,7	1,41	921	130	4,6	6
1.300	1.350	335,7	2,01	977,7	56,7	2,0	0
1.400	1.450	435,7	2,61	995,4	17,7	0,6	2
Más de 1.450					4,6	0,2	0
Sumas ...					1.000,0	35,0	35

na (a) indica los centros de intervalo o marcas; (b), los límites de dichos intervalos, X; (c), las desviaciones de los valores anteriores respecto de la media, o sea $x = X - M$; (d), el cociente de cada uno de los números de la columna precedente entre la desviación típica, o desviaciones tipificadas, $z = \frac{x}{s}$. Cada uno de los números de la columna (e) expresan el valor del área, bajo la curva normal de probabilidades, a la

izquierda del límite superior correspondiente de la columna anterior, multiplicada dicha área por 1.000, o sea,

$$A = \frac{1.000}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz;$$

los valores de esa columna han sido obtenidos de la tabla (c) del Apéndice II, de la obra citada en (4).

Por diferencia entre los números consecutivos de la columna (e) se obtienen los de la (f), ΔA , que son los valores de las áreas comprendidas dentro de los intervalos marcados en (b), y expresan, por tanto, la probabilidad teórica, multiplicada por 1.000, de una cantidad anual de precipitación igual o menor que el límite superior y mayor que el límite inferior señalado en la columna (b).

Multiplicando los números de la columna (f) por 0,035 se obtienen los correspondientes de la columna (g), que son las frecuencias esperadas, entre los límites de cantidad anual señalados en el párrafo precedente, si la distribución fuese normal y en treinta y cinco años. Finalmente, la columna (h) expresa las frecuencias observadas correspondientes a las esperadas de la columna precedente.

La curva teórica calculada se representa en la figura 1. En el eje de abscisas se marcan las tipificadas, $z = \frac{x}{s}$, y en el de ordenadas las probabilidades,

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

En la misma figura se han señalado algunos intervalos de probabilidades notables, como son los correspondientes a $z = \pm 0,67$, dentro del cual están el 50 por 100 de las observaciones esperadas; $z = \pm 1,96$, dentro del cual están el 95 por 100 de las mismas, y $z = \pm 2,58$, dentro del cual están el 99 por 100 de las citadas observaciones esperadas.

2.5.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado.

Con objeto de apreciar la bondad del ajuste realizado se somete a la prueba de las χ^2 de Pearson. Para ello es preciso agrupar, por separado, las frecuencias esperadas al principio y al fin de modo que alcancen, al menos, a cinco, como se requiere en la citada prueba; así se han agrupado las tres primeras del cuadro núm. 3 para dar 5,6, como

(4) BROOKS, C. E. P. y CARRUTHERS, N. *Handbook of statistical methods in Meteorology*. Londres, 1953. Tabla XXIX.

frecuencia de observaciones esperadas con precipitación anual igual o inferior a 850 mm., y las cuatro últimas del mismo cuadro para dar 7,4, como frecuencia de observaciones esperadas con precipitación anual superior a 1.150 mm. Análogo procedimiento se ha seguido con las correspondientes frecuencias observadas.

Con esta advertencia de las columnas (g) y (h) del citado cuadro número 3, se obtienen los datos necesarios para el cálculo de las χ^2 de Pearson, tal como se hace en el cuadro núm. 4. El valor hallado

CUADRO NÚM. 4.—Gijón. Contraste de las χ^2 , para el ajuste realizado de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

Intervalos mm.	FRECUENCIAS		Diferencias (d)	d^2	d^2/E
	Esperadas (E)	Observadas			
850 o menos	5,6	6	—0,4	0,16	0,03
850,1 a 950	6,5	6	0,5	0,25	0,04
950,1 a 1.050	8,2	10	—1,8	3,24	0,40
1.050,1 a 1.150	7,3	5	2,3	5,29	0,72
Más de 1.150	7,4	8	—0,6	0,36	0,05
					$1,24 = \chi^2$

Cuatro grados de libertad: $(P = 0,90) < \chi^2 < (P = 0,80)$

para χ^2 que es 1,24 y para cuatro grados de libertad corresponde a una probabilidad entre el 80 y el 90 por 100 (5), o sea, que, en este caso, para muestras extraídas de una población normal se espera que, de cada 100 casos, entre 80 y 90 tengan un valor de χ^2 igual o superior a 1,24. Por lo tanto, la hipótesis de que la distribución de frecuencias observadas sea una muestra de una población normal tiene un alto valor de aceptación.

Sin embargo, es preciso hacer una advertencia acerca de este resultado tan satisfactorio, que es: el agrupamiento de frecuencias necesario para poder aplicar la prueba de las χ^2 ha favorecido el resultado de tal prueba, sobre todo en el agrupamiento de las frecuencias correspondientes a las cantidades más elevadas de precipitación. Se advierte perfectamente tal hecho con un somero examen del cuadro núm. 3 y de la fig. 1. Se nota una mejor tendencia de ajuste en las frecuencias de precipitaciones de cantidades bajas que en las de cantidades altas. Por otra parte, en descargo de lo dicho, se debe de tener en cuenta que 35 datos es

(5) FISHER, R. A. y YATES, F. *Statistical tables for biological, agricultural and medical research*. London y Edinburgo, 1948. Tabla IV.

realmente un número escaso para evitar irregularidades del tipo de las señaladas.

2.6.—Utilización del ajuste.

Logrado el ajuste, la distribución de probabilidades permite enfocar algunos problemas, como son los que a continuación se describen:

1.º Acuse de probables errores en datos de observación, los cuales necesitan, por tanto, una revisión cuidadosa. En el caso de que tratamos así ha ocurrido con las precipitaciones anuales observadas en el intervalo 1.350-1.450 mm., que son dos, mientras teóricamente son esperadas 0,6. Dichas precipitaciones corresponden a los años 1940, con 1.425,1 mm., y 1941, con 1.422,6 mm. (cuadro núm. 1). Una investigación realizada examinando las precipitaciones, en los mismos años, de estaciones lo más próximas posible y sobre los datos anotados en los cuadernos de observación del Observatorio Meteorológico de Gijón, no han permitido hacer resaltar un evidente error en los datos sujetos a examen.

2.º Previsión de las frecuencias, por ejemplo en tantos por ciento, de las observaciones esperadas en intervalos de cantidad previamente fijados. Un ejemplo aparece en el cuadro núm. 5, obtenido del cuadro número 3.

CUADRO NÚM. 5.—Gijón. Porcentaje de frecuencias esperadas, para los intervalos de precipitación anual que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

Precipitación anual en mm.	Porcentajes de frecuencias esperadas
650 ó menos	1,5
650,1 a 750	4,2
750,1 a 850	10,4
850,1 a 950	18,7
950,1 a 1.050	23,5
1.050,1 a 1.150	20,8
1.150,1 a 1.250	13,0
1.250,1 a 1.350	5,7
1.350,1 a 1.450	1,8
1.450,1 ó más.	0,5

3.º Previsión de los límites de cantidad de precipitación esperada para una frecuencia de observaciones determinada y expresada, por ejemplo, en tantos por ciento, como se hace en el cuadro núm. 6. Para el cálculo de este cuadro se utilizan las conocidas relaciones:

50 %	de observaciones esperadas	tienen valores	$M \pm 0,67 s$
95 %	"	"	$M \pm 1,96 s$
99 %	"	"	$M \pm 2,58 s$
99,9 %	"	"	$M \pm 3,29 s$

donde M es la media y s la desviación típica. En este caso las estimaciones de dichos estadísticos son: $M = 1.014,3$ mm. y $s = 166,8$ mm.

CUADRO NÚM. 6.—Gijón. Límites de la precipitación anual esperada, para los porcentajes de observaciones que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

Porcentaje de observaciones	Límites de la precipitación anual esperada, en mm.
50	901,8 a 1.126,8
95	687,4 a 1.341,2
99	584,6 a 1.444,0
99,9	465,4 a 1.563,2

5.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN LA CORUÑA, A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES

3.1.—Preliminares.

Para el estudio de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en La Coruña se han empleado observaciones desde el año 1917 a 1960, ambos inclusive, o sea cuarenta y cuatro años.

Desde el año 1917 al 1924 los datos han sido tomados de los “Resúmenes de observaciones meteorológicas” (anuarios) del Servicio Meteorológico Nacional. Desde el año 1925 al 1950 fueron facilitados directamente por el Observatorio Meteorológico de La Coruña. Finalmente, desde 1951 a 1960 los datos se tomaron de los “Boletines mensuales climatológicos” del Servicio Meteorológico Nacional.

Según informes de los “Resúmenes de observaciones meteorológicas”, en todo el período de tiempo citado las observaciones estuvieron a cargo de personal profesional de Meteorología, con pluviómetro instalado a 1,5 m. del suelo, la superficie colectora, aun cuando no siempre ubicado en el mismo lugar, pues hasta el año 1931 no se instaló definitivamente en el observatorio construido por el Servicio Meteorológico.

No se reproducen las cantidades anuales de precipitación, sino clasificadas como se ven en el cuadro núm. 7, cuadro análogo al núm. 2 hasta la columna (g), y con idéntico significado para cada columna. La distribución de frecuencias se representa gráficamente en el histograma incluido en la figura 3.

Con los datos del citado cuadro núm. 7 se calculan la precipitación media anual, M , en La Coruña, que aparece al pie del cuadro, y la desviación típica, como se hizo para Gijón en 2.3., o sea:

Momento de segundo orden:

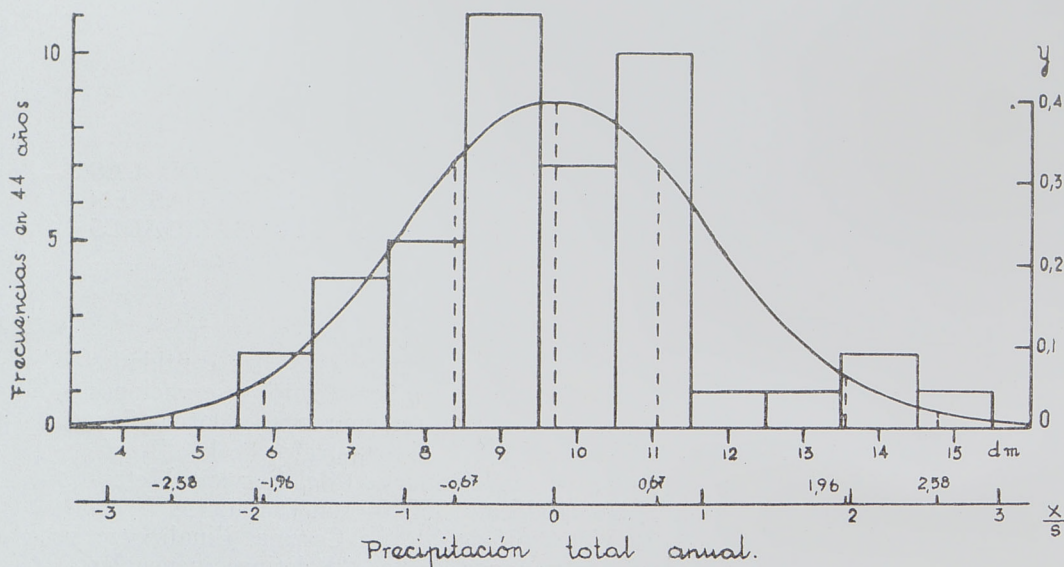
$$n_2 = \frac{100^2}{44} \times 179.29,5^2 = 39.811,57 \text{ mm}^2.$$

Corrección de Sheppard,

$$m_2 = n_2 - \frac{1}{12} \times 100^2 \cong 38.978 \text{ mm}^2.$$

El valor de la desviación típica, s , es:

$$s = \sqrt{38.978} = 197,4 \text{ mm.}$$



CUADRO NÚM. 7.—La Coruña. Disposición de los cálculos para la determinación de los estadísticos, que se indican en el texto, de la distribución de las cantidades anuales de precipitación.

(a) Intervalos mm.	(b) Marcas X	(c) Frecuen- cias F	(d) X . F	(e) $\frac{X-X_0}{100}$	(f) $\left(\frac{X-X_0}{100}\right)^2$	(g) $\left(\frac{X-X_0}{100}\right)^2 \cdot F$
550 a 650	600	2	1.200	—4	16	32
650 a 750	700	4	2.800	—3	9	36
750 a 850	800	5	4.000	—2	4	20
850 a 950	900	11	9.900	—1	1	11
950 a 1.050	1.000	7	7.000	0	0	0
1.050 a 1.150	1.100	10	11.000	1	1	10
1.150 a 1.250	1.200	1	1.200	2	4	4
1.250 a 1.350	1.300	1	1.300	3	9	9
1.350 a 1.450	1.400	2	2.800	4	16	32
1.450 a 1.550	1.500	1	1.500	5	25	25
Sumas		44	42.700			179
M = 970,5 mm. ; $X_0 = 1.000$ mm. ; $d = 970,5 - 1.000 = -29,5$ mm.						

3.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu.

Se sigue el mismo procedimiento que en 2.2., calculándose, previamente, la desviación media, $|d|$, con los números contenidos en el cua-

dro núm. 7. Es preciso distribuir la frecuencia en el intervalo 950-1.050 mm., que contiene a la media, proporcionalmente a los intervalos 970,5-950 y 1.050-970,5 y aplicar las dos frecuencias, así halladas, respectivamente, a los centros de estos intervalos. Tenemos, por lo tanto:

$$|d| = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \left[(970,5-600) \times 2 + (970,5-700) \times 4 + \right. \\ (970,5-800) \times 5 + (970,5-900) \times 11 + \\ \frac{970,5-950}{2} \times 1,4 + \frac{1.050-970,5}{2} \times 5,6 + (1.100-970,5) \times \\ \times 10 + (1.200-970,5) \times 1 + (1.300-970,5) \times 1 + \\ \left. + (1.400-970,5) \times 2 + (1.500-970,5) \times 1 \right] = 157,5 \text{ mm.}$$

Teniendo también en cuenta el valor de la desviación típica, anteriormente hallado, se obtiene para aplicación del criterio de Cornu:

$$\frac{|d|}{s} = 0,80,$$

cumpléndose, en consecuencia, exactamente la condición que el mismo impone.

3.3.—Realización del ajuste.

El ajuste se realiza del mismo modo que en 2.4., para Gijón, siendo el cuadro núm. 8 para La Coruña, en el cual se expone la realización del ajuste, el análogo al cuadro núm. 3, de Gijón. También se ha utilizado la misma tabla de probabilidades.

La curva normal de probabilidades ajustada aparece representada en la figura 3, en la cual se han marcado abscisas tipificadas y, en el eje de ordenadas, las probabilidades a ellas correspondientes. También se marcan los intervalos de precipitación anual, entre los cuales se encuentran el 50, el 95 y el 99 por 100 de las observaciones esperadas.

3.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado.

Al aplicar la prueba de las χ^2 para evaluar la bondad del ajuste realizado, se utilizan las columnas (g) y (h) del cuadro núm. 8, en el

CUADRO NÚM. 8.—La Coruña. Ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

(a) Marcas mm.	(b) Límites X	(c) $x = X - M$	(d) $z = \frac{x}{s}$	(e) A	(f) ΔA	(h) FRECUENCIAS	
						Esperadas $\Delta A.0,044$	Observadas
550 ó menos					16,7	0,7	0
600	550	—420,5	—2,13	16,7	36,3	1,6	2
700	650	—320,5	—1,62	53	78	3,4	4
800	750	—220,5	—1,12	131	140	6,2	5
900	850	—120,5	—0,61	271	189	8,3	11
1.000	950	— 20,5	—0,10	460	195	8,6	7
1.100	1.050	79,5	0,40	655	164	7,2	10
1.200	1.150	179,5	0,91	819	103	4,5	1
1.300	1.250	279,5	1,42	922	51	2,2	1
1.400	1.350	379,5	1,92	973	19,4	0,9	2
1.500	1.450	479,5	2,43	992,4	5,9	0,3	1
Más de 1.550	1.550	579,5	2,94	998,3	1,7	0,1	0
Sumas					1.000,0	44,0	44

CUADRO NÚM. 9.—La Coruña. Contraste de las χ^2 , para el ajuste realizado de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

Intervalos mm.	FRECUENCIAS		Diferencias (d)	d^2	d^2/E
	Esperadas (E)	Observadas			
750 ó menos	5,7	6	—0,3	0,09	0,02
750,1 a 850	6,2	5	1,2	1,44	0,23
850,1 a 950	8,3	11	—2,7	7,29	0,88
950,1 a 1.050	8,6	7	1,6	2,56	0,30
1.050,1 a 1.150	7,2	10	—2,8	7,84	1,09
Más de 1.150	8,0	5	3,0	9,00	1,12
					$3,64 = \chi^2$

Cinco grados de libertad: $(P = 0,70) < \chi^2 < (P = 0,50)$

cual es preciso agrupar las tres primeras frecuencias esperadas, por una parte, y las cinco últimas, por otra. Naturalmente, se hace lo mismo con las correspondientes observadas. Con esta salvedad, de las dichas columnas del citado cuadro, se han obtenido los datos precisos para el cuadro núm. 9, que nos da para χ^2 el valor 3,64, con cinco grados de libertad, correspondiente a una probabilidad entre el 50 y el 70 por 100 (6). Por lo tanto, la hipótesis de que la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en La Coruña se puede ajustar a una distribución normal de probabilidades, no sólo no es rechazable, sino que tiene un alto valor de aceptación.

3.5.—Utilización del ajuste.

Se utiliza el ajuste realizado para hallar el tanto por ciento de las frecuencias de precipitaciones anuales esperadas en La Coruña en intervalos de 100 en 100 mm., lo cual se obtiene del cuadro núm. 8. Los resultados se expresan en el cuadro núm. 10.

CUADRO NÚM. 10.—La Coruña. Porcentajes de frecuencias esperadas, para los intervalos de precipitación anual que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

Precipitación anual en mm.	Porcentajes de frecuencias esperadas
550 ó menos	1,7
550,1 a 650	3,6
650,1 a 750	7,8
750,1 a 850	14,0
850,1 a 950	18,9
950,1 a 1.050	19,5
1.050,1 a 1.150	16,4
1.150,1 a 1.250	10,3
1.250,1 a 1.350	5,1
1.350,1 a 1.450	1,9
1.450,1 a 1.550	0,6
1.550,1 ó más	0,2

Igualmente, el ajuste realizado nos permite resolver el problema inverso; esto es, determinar los límites de precipitación anual esperados en La Coruña, para porcentajes previamente fijados. Así se expresa en el cuadro núm. 11 para los porcentajes habituales. El cálculo de este cuadro se ha hecho como se indica en 2.6., empleándose ahora, naturalmente, la media y desviación típica halladas para La Coruña.

(6) Tabla citada en (5).

CUADRO NÚM. 11.—La Coruña. Límites de la precipitación anual esperada, para los porcentajes de observaciones que se indican, según la curva de probabilidades ajustada

Porcentajes de observaciones	Límites de la precipitación anual esperada, en mm.
50	837,4 a 1.103,6
95	583,6 a 1.357,4
99	462,0 a 1.479,0
99,9	321,0 a 1.620,0

4.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN CASTROPOL (PROVINCIA DE OVIEDO), A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES

4.1.—Preliminares.

El estudio de la distribución de frecuencias de las cantidades de precipitación anual en Castropol (provincia de Oviedo), se ha realizado con observaciones que comprenden desde el año 1924 hasta el año 1960, ambos inclusive, o sea, treinta y siete años. Estas observaciones fueron realizadas siempre por la misma persona, no profesional de Meteorología (maestro nacional don Arturo F. Lorigo y Lombardero), con pluviómetro sobre terreno y fueron facilitadas directamente al autor por dicho colaborador del Servicio Meteorológico Nacional.

Clasificadas por frecuencias, en los intervalos que se indican, aparecen en el cuadro núm. 12, cuyas columnas tienen el mismo significado

CUADRO NÚM. 12.—Castropol. Disposición de los cálculos para la obtención de los estadísticos, que se indican en el texto, de la distribución de las cantidades anuales de precipitación.

(a) Intervalos mm.	(b) Marcas X	(c) Frecuen- cias F	(d) X. F	(e) $\frac{X-X_o}{100}$	(f) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^2$	(g) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^2 \cdot F$
650 a 750	700	3	2.100	—3	9	27
750 a 850	800	3	2.400	—2	4	12
850 a 950	900	6	5.400	—1	1	6
950 a 1.050	1.000	13	13.000	0	0	0
1.050 a 1.150	1.100	5	5.500	1	1	5
1.150 a 1.250	1.200	4	4.800	2	4	16
1.250 a 1.350	1.300	3	3.900	3	9	27
Sumas		37	37.100			93

$$M = 1.002,7 \text{ mm.}; \quad X_o = 1.000 \text{ mm.}; \quad d = 1.002,7 - 1.000 = 2,7 \text{ mm.}$$

que las del cuadro núm. 2, hasta la columna encabezada por (g). La distribución de frecuencias está representada gráficamente en el histograma de la figura 4.

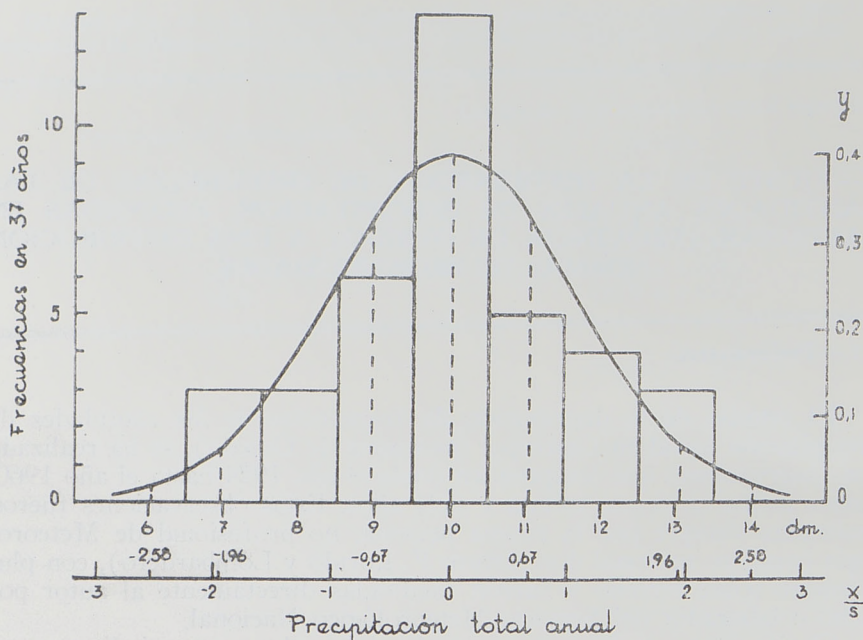


Fig. 4.—Castropol. Histograma de frecuencias de las cantidades de precipitación anual en treinta y siete años y curva de distribución normal de probabilidades ajustada. Media = 1.002,7 mm.; desviación típica = 155,9 mm.

Con los datos del cuadro núm. 12 se calculan la precipitación media anual, M , en Castropol, la cual aparece al pie del citado cuadro, y la desviación típica, de manera como se indica en 2.3. para Gijón, esto es:

Momento de segundo orden.

$$n_2 = \frac{100^2}{37} \times 93 - 2,7^2 = 25.127,85 \text{ mm}^2.$$

Corrección de Sheppard,

$$m_2 = n_2 - \frac{1}{12} \times 100^2 \cong 24.295 \text{ mm}^2.$$

El valor de la desviación típica, s , es:

$$s = \sqrt{24.295} = 155,9 \text{ mm.}$$

4.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu.

Para aplicar el criterio de Cornu se sigue el procedimiento empleado en 2.2., calculándose la desviación media, $|d|$, a partir de los datos contenidos en el cuadro núm. 12. Se tiene cuidado en distribuir la frecuencia en el intervalo que contiene a la media, intervalo 950-1.050, proporcionalmente a los intervalos parciales 1.002,7-950 y 1.050-1.002,7, para aplicar las frecuencias parciales, así halladas, a los centros de estos dos últimos intervalos. De este modo:

$$|d| = \frac{1}{37} [(1.002,7-700) \times 3 + (1.002,7-800) \times 3 + (1.002,7-900) \times 6 + \frac{1.002,7-950}{2} \times 6,9 + \frac{1.050-1.002,7}{2} \times 6,1 + (1.100-1.002,7) \times 5 + (1.200-1.002,7) \times 4 + (1.300-1.002,7) \times 3] = 125,0 \text{ mm.}$$

Con este valor y el de la desviación típica, hallado anteriormente, se obtiene para aplicación del criterio de Cornu:

$$\frac{|d|}{s} = 0,80,$$

cumpléndose, pues, exactamente la condición que impone dicho criterio.

4.3.—Realización del ajuste.

Repitiendo lo dicho anteriormente en 2.4., pero aplicado a los datos de Castropol, se obtiene el cuadro núm. 13, cuyas columnas tienen el mismo significado que las del cuadro núm. 3 de Gijón. En el cuadro número 13 se calcula el ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en Castropol a una curva de distribución normal de probabilidades, utilizándose la misma tabla citada en 2.4.

La curva ajustada se representa en la figura 4. En dicha figura se expresan abscisas tipificadas, así como ordenadas que indican probabilidades. También los intervalos de precipitación anual entre los cuales quedan el 50, el 95 y el 99 por 100 de las observaciones esperadas.

4.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado.

Este contraste se realiza mediante la prueba de las χ^2 de Pearson, para lo cual es preciso agrupar las tres primeras frecuencias, por una

CUADRO NÚM. 13.—Castropol. Ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

(a) Marcas mm.	(b) Límites X	(c) $x = X - M$	(d) $z = \frac{x}{s}$	(e) A	(f) ΔA	(g) (h) FRECUENCIAS	
						Esperadas $\Delta A, 0,037$	Observadas
650 ó menos					12,0	0,4	0
700	650	—352,7	—2,26	12,0	41,0	1,5	3
800	750	—252,7	—1,62	53	111	4,1	3
900	850	—152,7	—0,98	164	203	7,5	6
1.000	950	— 52,7	—0,34	367	251	9,3	13
1.100	1.050	47,3	0,30	618	208	7,7	5
1.200	1.150	147,3	0,94	826	118	4,4	4
1.300	1.250	247,3	1,59	944	43,1	1,6	3
Más de 1.350	1.350	347,3	2,23	987,1	12,9	0,5	0
Sumas					1.000,0	37,0	37

parte, y las tres últimas, por otra, de las columnas (g) y (h) del cuadro núm. 13. Con estas dos frecuencias agrupadas y las restantes del citado cuadro núm. 13, columnas (g) y (h), se hace el cuadro núm. 14,

CUADRO NÚM. 14.—Castropol. Contraste de las χ^2 , para el ajuste realizado de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

Intervalos mm.	FRECUENCIAS		Diferencias (d)	d^2	d^2/E
	Esperadas (E)	Observadas			
850 ó menos.	6,0	6	0	0	0
850,1 a 950	7,5	6	1,5	2,25	0,30
950,1 a 1.050	9,3	13	—3,7	13,69	1,47
1.050,1 a 1.150	7,7	5	2,7	7,29	0,95
Más de 1.150	6,5	7	—0,5	0,25	0,04
					$2,76 = \chi^2$

Cuatro grados de libertad: $(P = 0,70) < \chi^2 < (P = 0,50)$

que nos da para χ^2 el valor 2,76, con cuatro grados de libertad, el cual corresponde a una probabilidad entre el 50 y el 70 por 100 (7). En consecuencia, el ajuste realizado tiene un alto valor de aceptación estadística.

4.5.—Utilización del ajuste.

Mediante el ajuste realizado se obtiene, a partir del cuadro núm. 13, las frecuencias, en tantos por ciento, de precipitaciones esperadas en intervalos de 100 mm., tal como se expresa en el cuadro núm. 15.

CUADRO NÚM. 15.—Castropol. Porcentajes de frecuencias esperadas, para los intervalos de precipitación anual que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

Precipitación anual en mm.	Porcentajes de frecuencias esperadas
650 ó menos	1,2
650,1 a 750	4,1
750,1 a 850	11,1
850,1 a 950	20,3
950,1 a 1.050	25,1
1.050,1 a 1.150	20,8
1.150,1 a 1.250	11,8
1.250,1 a 1.350	4,3
1.350 ó más	1,3

También el ajuste nos permite calcular el cuadro núm. 16, en el cual aparecen los límites de precipitación anual esperados en Castropol, para porcentajes habituales. Dicho cálculo se ha hecho como en 2.6., mediante la media y desviación típica de las cantidades de precipitación anual en Castropol.

CUADRO NÚM. 16.—Castropol. Límites de la precipitación anual esperada, para los porcentajes de observaciones que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

Porcentajes de observaciones	Límites de la precipitación anual esperada, en mm.
50	897,5 a 1.170,9
95	697,1 a 1.308,3
99	601,1 a 1.404,3
99,9	489,7 a 1.515,7

(7) Tabla citada en (5).

1. El objeto de este trabajo es presentar los resultados de la investigación realizada en el área de la meteorología, específicamente en el estudio de la variabilidad climática en la zona de estudio.

2. La investigación se realizó en el marco de un proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología.

3. Los resultados de la investigación se presentan en el presente informe, el cual está dividido en tres partes: la primera parte describe el contexto de la investigación, la segunda parte presenta los resultados de la investigación y la tercera parte discute los resultados de la investigación.

4. Los resultados de la investigación indican que la variabilidad climática en la zona de estudio es alta, lo que puede tener impactos significativos en la agricultura y la economía local.

5. Se recomienda que se realicen más estudios en esta área para comprender mejor la variabilidad climática y sus impactos.

6. Este informe fue elaborado por el equipo de investigación liderado por el Dr. Juan Carlos Rodríguez.

7. La investigación se realizó en el año 2018.

8. Este informe es una versión preliminar de los resultados de la investigación.

9. Se agradece a todos los participantes en la investigación por su colaboración y apoyo.

10. Este informe es propiedad intelectual del equipo de investigación.

Porcentaje de observaciones		Intervalo de la precipitación anual esperada	
30.0	30.0	0.0	0.0
35.0	35.0	0.0	0.0
40.0	40.0	0.0	0.0
45.0	45.0	0.0	0.0
50.0	50.0	0.0	0.0
55.0	55.0	0.0	0.0
60.0	60.0	0.0	0.0
65.0	65.0	0.0	0.0
70.0	70.0	0.0	0.0
75.0	75.0	0.0	0.0
80.0	80.0	0.0	0.0
85.0	85.0	0.0	0.0
90.0	90.0	0.0	0.0
95.0	95.0	0.0	0.0
100.0	100.0	0.0	0.0

(7) Tabla 1. Datos de la zona de estudio.

5.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN SANTANDER, A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES

5.1.—Preliminares.

Para el estudio de la distribución de las cantidades anuales de precipitación en Santander, se toman las observaciones pluviométricas realizadas en el Observatorio Meteorológico de dicha ciudad. Según los informes de los “Resúmenes de observaciones meteorológicas” del Servicio Meteorológico Nacional, dicho Observatorio empezó a funcionar en el año 1923 y tiene datos anuales completos desde el año siguiente. De dichos “Resúmenes”, han sido tomados los datos desde el año 1924 hasta el año 1950, mientras los correspondientes a los años desde 1951 a 1960 lo fueron de los “Boletines mensuales climatológicos” del citado Servicio Meteorológico. Se dispuso, por lo tanto, de treinta y siete años de observaciones completas.

Estos datos, clasificados en intervalos de 100 mm., aparecen en el cuadro núm. 17, cuyas columnas tienen el mismo significado que las

CUADRO NÚM. 17.—Santander. Disposición de los cálculos para la obtención de los estadísticos, que se indican en el texto, de la distribución de las cantidades anuales de precipitación.

(a) Intervalos mm.	(b) Marcas X	(c) Frecuen- cias F	(d) X . F	(e) $\frac{X-X_o}{100}$	(f) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^2$	(g) $\left(\frac{X-X_o}{100}\right)^2 F$
750 a 850	800	2	1.600	—4	16	32
850 a 950	900	2	1.800	—3	9	18
950 a 1.050	1.000	4	4.000	—2	4	16
1.050 a 1.150	1.100	10	11.000	—1	1	10
1.150 a 1.250	1.200	8	9.600	0	0	0
1.250 a 1.350	1.300	4	5.200	1	1	4
1.350 a 1.450	1.400	4	5.600	2	4	16
1.450 a 1.550	1.500	2	3.000	3	9	18
1.550 a 1.650	1.600	1	1.600	4	16	16
Sumas		37	43.400			130

M = 1.173,0 mm.; X_o = 1.200 mm.; d = 1.173,0 — 1.200 = — 27,0 mm.

del cuadro núm. 2, hasta la encabezada por (g). La distribución de frecuencias del cuadro núm. 17 se representa gráficamente en el histograma de la figura 5.

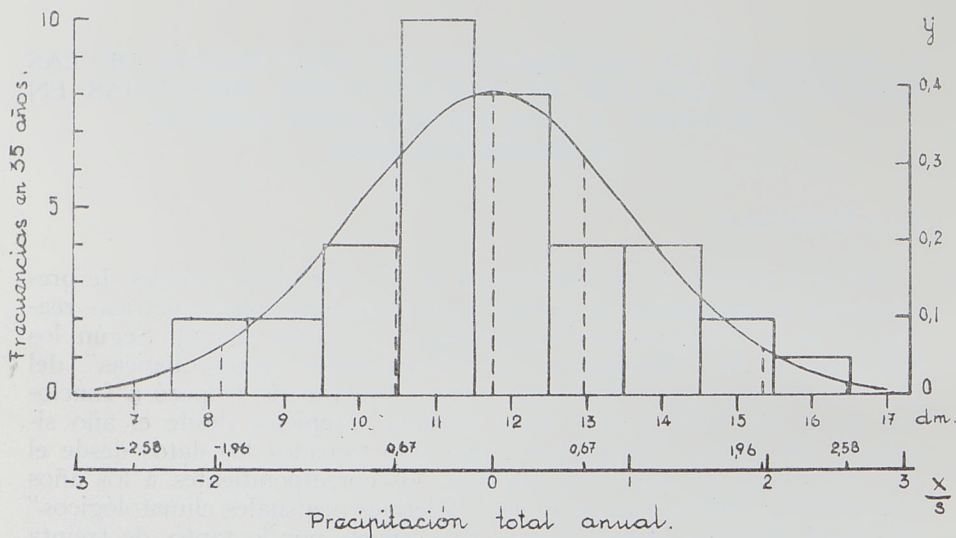


Fig. 5.—Santander. Histograma de frecuencias de las cantidades de precipitación anual en treinta y cinco años y curva de distribución normal de probabilidades ajustada. Media = 1.173,0 mm.; desviación típica = 183,2 mm.

Con los datos del cuadro anterior se calcula la precipitación media anual, M , en Santander, la cual se expresa al pie del mismo, y la desviación típica como se hizo en 2.3. para Gijón, esto es:

Momento de segundo orden:

$$n_2 = \frac{100^2}{37} \times 130 - 27,0^2 = 34.406,14 \text{ mm}^2.$$

Corrección de Sheppard,

$$m_2 = n_2 - \frac{1}{12} \times 100^2 \cong 33.573 \text{ mm}^2.$$

El valor de la desviación típica, s , es:

$$s = \sqrt{33.573} = 183,2 \text{ mm.}$$

5.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu.

Para la aplicación del criterio de Cornu es necesario el cálculo de la desviación media, $|d|$, mediante los datos contenidos en el cuadro número 17 y siguiendo el procedimiento que se expresa en 2.2. Es preciso distribuir la frecuencia del intervalo 1.150-1.250, que contiene la media, en partes proporcionales a los intervalos parciales 1.173,0-1.150 y 1.250-1.173,0, para aplicar las frecuencias parciales, así halladas, a los centros de estos dos últimos intervalos. De este modo se obtiene para $|d|$ el valor:

$$|d| = \frac{1}{37} [(1.173,0-800) \times 2 + (1.173,0-900) \times 2 + (1.173,0-1.000) \times 4 + (1.173,0-1.100) \times 10 + \frac{1.173,0-1.150}{2} \times 1,8 + \frac{1.250-1.173,0}{2} \times 6,2 + (1.300-1.173,0) \times 4 + (1.400-1.173,0) \times 4 + (1.500-1.173,0) \times 2 + (1.600-1.173,0) \times 1] = 147,8 \text{ mm.}$$

Con este valor de $|d|$ y el hallado en 5.1. para la desviación típica, s , se obtiene para aplicación del criterio de Cornu:

$$\frac{|d|}{s} = 0,81,$$

que queda dentro de los márgenes tolerables de cumplimiento del citado criterio (8).

5.3.—Realización del ajuste.

El ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en Santander, a una distribución normal de probabilidades, se realiza como se hizo en 2.4. para Gijón, utilizándose ahora, naturalmente, los datos correspondientes a Santander. Así se obtiene el cuadro núm. 18, cuyas columnas tienen el mismo significado que las análogas del cuadro núm. 3. Se ha empleado la misma tabla de probabilidades ya citada en 2.4.

La curva de probabilidades ajustada se representa en la figura 5, en la cual se han expresado abscisas tipificadas, así como ordenadas que marcan probabilidades. También se han dibujado los intervalos de precipitación anual, entre los cuales quedan el 50, 95 y 99 por 100 de las observaciones esperadas.

(8) Véase 2.2. y referencia (3).

CUADRO NÚM. 18.—Santander, Ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

(a) Marcas mm.	(b) Límites X	(c) $x = X - M$	(d) $z = \frac{x}{s}$	(e) A	(f) ΔA	(g) FRECUENCIAS	
						Esperadas $\Delta A. 0,037$	Observadas
750 ó menos	750	—423,0	—2,31	10,5	10,5	0,4	0
800	850	—323,0	—1,76	39	28,5	1,1	2
900	950	—223,0	—1,22	111	72	2,7	2
1.000	1.050	—123,0	—0,67	251	140	5,2	4
1.100	1.150	—23,0	—0,13	448	197	7,3	10
1.200	1.250	77,0	0,42	663	215	8,0	8
1.300	1.350	177,0	0,97	834	171	6,3	4
1.400	1.450	277,0	1,51	934	100	3,7	4
1.500	1.550	377,0	2,06	980,1	46,1	1,7	2
1.600	1.650	477,0	2,60	995,3	15,2	0,6	1
Más de 1.650					4,7	0,2	0
Sumas					1.000,0	37,2	37

5.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado.

Se realiza el contraste de las χ^2 agrupando, por una parte, las tres primeras frecuencias y, por otra, las cuatro últimas del cuadro núm. 18, columnas (g) y (h). Con estas frecuencias agrupadas, y las restantes de las citadas columnas del mismo cuadro, se obtienen los números necesarios para el cálculo del cuadro núm. 19, el cual da para χ^2 el valor 2,23, con cinco grados de libertad. Estos resultados corresponden a un nivel de probabilidad entre el 80 y el 90 por 100 (9), que da una excelente calificación para el ajuste realizado.

5.5.—Utilización del ajuste.

Se utiliza el ajuste para expresar, a partir del cuadro núm. 18, las frecuencias esperadas, en porcentajes, para las cantidades de precipitación anual que se exponen en el cuadro núm. 20, en intervalos de 100 mm. .

También se emplea el mismo ajuste para el cálculo del cuadro número 21, en el cual se exponen los límites de precipitación anual espe-

(9) Tabla citada en (5).

CUADRO NÚM. 19.—Santander. Contraste de las χ^2 , para el ajuste realizado de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

Intervalos mm.	FRECUENCIAS		Diferencias (d)	d^2	d^2/E
	Esperadas (E)	Observadas			
950 ó menos	4,2	4	0,2	0,04	0,01
950,1 a 1.050	5,2	4	1,2	1,44	0,28
1.050,1 a 1.150	7,3	10	—2,7	7,29	1,00
1.150,1 a 1.250	8,0	8	0	0	0
1.250,1 a 1.350	6,3	4	2,3	5,29	0,84
Más de 1.350	6,2	7	—0,8	0,64	0,10
					$2,23 = \chi^2$

Cinco grados de libertad: $(P = 0,90) < \chi^2 < (P = 0,80)$.

rados en Santander, para porcentajes habituales en Estadística. El cálculo de este cuadro se ha hecho como se expone en 2.6. para Gijón, y mediante la media y desviación típica estimadas para Santander.

CUADRO NÚM. 20.—Santander. Porcentajes de frecuencias esperadas, para los intervalos de precipitación anual que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

Precipitación anual en mm.	Porcentajes de frecuencias esperadas
750 ó menos	1,0
750,1 a 850	2,9
850,1 a 950	7,2
950,1 a 1.050	14,0
1.050,1 a 1.150	19,7
1.150,1 a 1.250	21,5
1.250,1 a 1.350	17,1
1.350,1 a 1.450	10,0
1.450,1 a 1.550	4,6
1.550,1 a 1.650	1,5
1.650,1 ó más	0,5

CUADRO NÚM. 21.—Santander. Límites de la precipitación anual esperada, para los porcentajes de observaciones que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

Porcentajes de observaciones	Límites de la precipitación anual esperada, en mm.
50	1.049,4 a 1.296,6
95	813,9 a 1.532,1
99	701,1 a 1.644,9
99,9	570,2 a 1.775,8

El presente informe tiene por objeto informar a la Junta de Gobierno de la Universidad de la República sobre el desarrollo de las actividades de la Oficina de Asesoría Jurídica durante el período comprendido entre el 1 de enero y el 31 de diciembre de 1977.

En el transcurso del año, se han atendido las consultas de carácter jurídico que se han presentado a la Oficina, así como también se han emitido dictámenes y resoluciones en materia de derecho administrativo, laboral y civil.

Entre las actividades realizadas, cabe destacar la elaboración de los proyectos de ley y decreto que han sido sometidos a la consideración de la Junta de Gobierno, así como también la redacción de los contratos y convenios que se han celebrado con otras instituciones.

En materia de derecho laboral, se han emitido dictámenes sobre los recursos de amparo que se han presentado ante el Poder Judicial, así como también se han intervenido en los procedimientos de conciliación y arbitraje.

En materia de derecho administrativo, se han emitido dictámenes sobre los recursos de amparo que se han presentado ante el Poder Judicial, así como también se han intervenido en los procedimientos de conciliación y arbitraje.

En materia de derecho civil, se han emitido dictámenes sobre los recursos de amparo que se han presentado ante el Poder Judicial, así como también se han intervenido en los procedimientos de conciliación y arbitraje.

En el transcurso del año, se han emitido un total de 150 dictámenes y resoluciones, así como también se han elaborado 10 proyectos de ley y decreto, y se han redactado 5 contratos y convenios.

En el transcurso del año, se han emitido un total de 150 dictámenes y resoluciones, así como también se han elaborado 10 proyectos de ley y decreto, y se han redactado 5 contratos y convenios.

6.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN BILBAO, A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES

6.1.—Preliminares.

Los datos de precipitación total anual manejados en el ajuste de la distribución de sus frecuencias, para Bilbao, han sido tomados de la publicación del Servicio Meteorológico que se cita en la referencia (1) "Las series más largas de observaciones pluviométricas en la península Ibérica". Comprenden desde el año 1859 al año 1919, pero en la serie hay tres años incompletos, por lo cual abarca un total de cincuenta y ocho años completos.

Las informaciones contenidas en los "Resúmenes de observaciones meteorológicas", del Servicio Meteorológico, así como las que se obtienen de los primitivos resúmenes publicados por el Observatorio Astronómico de Madrid, parecen señalar que, al principio, el pluviómetro estaba instalado sobre terreno, pero, de ser así, pronto debió de ser instalado sobre terraza, y de esta forma continuó hasta el final de las observaciones. Estuvo siempre en el Instituto de segunda Enseñanza y a cargo de un catedrático del mismo.

Los 58 datos anuales de que se dispuso, clasificados en intervalos de 100 en 100 mm., se consignan en el cuadro núm. 22, cuyas columnas tienen el mismo significado que las análogas del cuadro núm. 2 hasta la columna (g). La distribución de frecuencias del citado cuadro número 22, se representa gráficamente en el histograma contenido en la figura 6.

Con los datos contenidos en el mismo cuadro se calculan la precipitación media anual, M , para Bilbao, la cual se expresa al pie de él, y la desviación típica, en la forma indicada en 2.3., esto es:

Momento de segundo orden:

$$n_2 = \frac{100^2}{58} \times 200 - 3,4^2 = 34.471,20 \text{ mm}^2.$$

Corrección de Sheppard,

$$m_2 = n_2 - \frac{1}{12} \times 100^2 \cong 33.638 \text{ mm}^2.$$

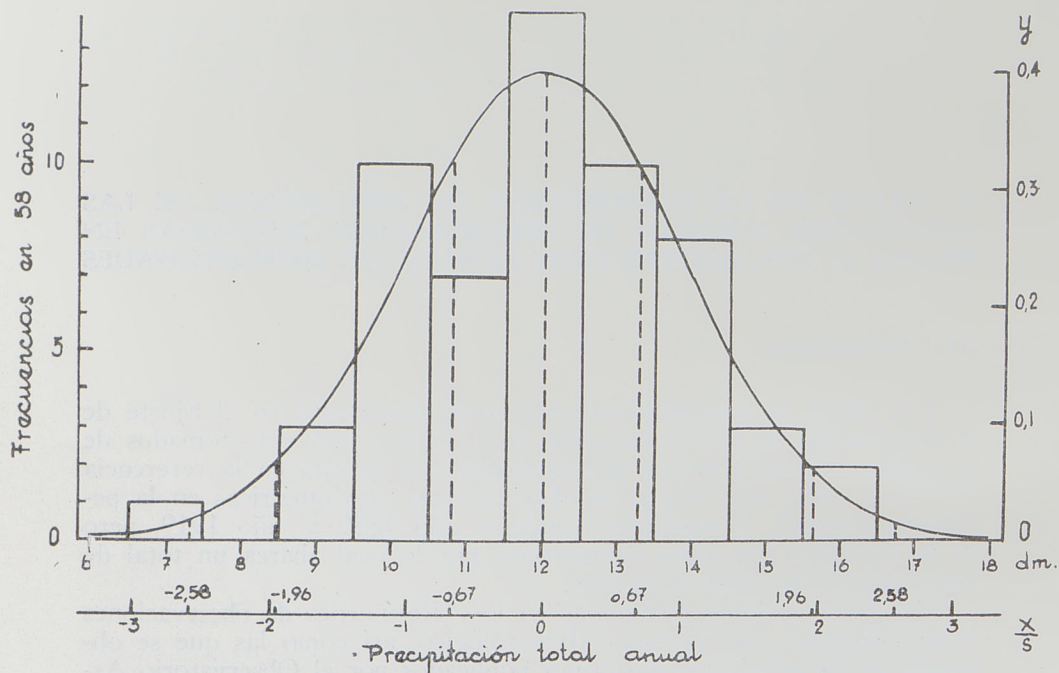


Fig. 6.—Bilbao. Histograma de frecuencias de las cantidades de precipitación anual en cincuenta y ocho años y curva de distribución normal de probabilidades ajustada. Media = 1.203,4 mm.; desviación típica = 183,4 mm.

El valor de la desviación típica, s , es:

$$s = \sqrt{33.638} = 183.4 \text{ mm.}$$

CUADRO NÚM. 22.—Bilbao. Disposición de los cálculos para la obtención de los estadísticos, que se indican en el texto, de la distribución de las cantidades anuales de precipitación.

(a) Intervalos mm.	(b) Marcas X	(c) Fre- cuen- cias F	(d) X . F	(e) $\frac{X-X_0}{100}$	(f) $\left(\frac{X-X_0}{100}\right)^2$	(g) $\left(\frac{X-X_0}{100}\right)^2 . F$
650 a 750	700	1	700	—5	25	25
750 a 850	800	0	0	—4	16	0
850 a 950	900	3	2.700	—3	9	27
950 a 1.050	1.000	10	10.000	—2	4	40
1.050 a 1.150	1.100	7	7.700	—1	1	7
1.150 a 1.250	1.200	14	16.800	0	0	0
1.250 a 1.350	1.300	10	13.000	1	1	10
1.350 a 1.450	1.400	8	11.200	2	4	32
1.450 a 1.550	1.500	3	4.500	3	9	27
1.550 a 1.650	1.600	2	3.200	4	16	32
Sumas		58	69.800			200

$$M = 1.203.4 \text{ mm.; } X_0 = 1.200 \text{ mm.; } d = 1.203,4 - 1.200 = 3,4 \text{ mm.}$$

6.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu.

Repitiendo lo expuesto en 2.2., respecto a la aplicación del criterio de Cornu, para el contraste previo del ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en Bilbao, a una distribución normal de probabilidades, es preciso calcular la desviación media $|d|$. Se utilizan los datos contenidos en el cuadro núm. 22, distribuyéndose la frecuencia del intervalo 1.150-1.250, que contiene a la media, proporcionalmente a los intervalos parciales 1.203,4-1.150 y 1.250-1.203,4, y aplicando las frecuencias parciales, así halladas, a los centros de los dos anteriores intervalos parciales. Se obtiene para $|d|$ el valor:

$$\begin{aligned} |d| = & \frac{1}{58} [(1.203,4 - 700) \times 1 + (1.203,4 - 900) \times 3 + \\ & + (1.203,4 - 1.00) \times 10 + (1.203,4 - 1.100) \times 7 + \\ & + \frac{1.203,4 - 1.150}{2} \times 7,5 + \frac{1.250 - 1.203,4}{2} \times 6,5 + \\ & + (1.300 - 1.203,4) \times 10 + (1.400 - 1.203,4) \times 8 + (1.500 - \\ & - 1.203,4) \times 3 + (1.600 - 1.203,4) \times 2] = 150,8 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Utilizando este valor de $|d|$ y el hallado en 6.1. para la desviación típica, s , se obtiene para aplicar el criterio de Cornu:

$$\frac{|d|}{s} = 0,82,$$

resultado que queda dentro de los márgenes de tolerancia de cumplimiento del citado criterio (10).

6.3.—Realización del ajuste.

Con los datos correspondientes en Bilbao y siguiendo el procedimiento expuesto en 2.4. para Gijón, se realiza el ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación en Bilbao, a una curva normal de probabilidades, tal como se expresa en el cuadro núm. 23; las columnas de este cuadro tienen el mismo signi-

(10) Véase 2.2. y referencia (3).

CUADRO NÚM. 23.—Bilbao. Ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

(a) Marcas mm.	(b) Límites X	(c) $x = X - M$	(d) $z = \frac{x}{s}$	(e) A	(f) ΔA	(g) (h) FRECUENCIAS	
						Esperadas $\Delta A \cdot 0,058$	Obs- vadas
650 ó menos	650	—553,4	—3,02	1,3	1,3	0,1	0
700	750	—453,4	—2,47	6,8	5,5	0,3	1
800	850	—353,4	—1,93	27	20,2	1,2	0
900	950	—253,4	—1,38	84	57	3,3	3
1.000	1.050	—153,4	—0,84	200	116	6,7	10
1.100	1.150	— 53,4	—0,29	386	186	10,8	7
1.200	1.250	46,6	0,25	599	213	12,4	14
1.300	1.350	146,6	0,80	788	189	11,0	10
1.400	1.450	246,6	1,34	910	122	7,1	8
1.500	1.550	346,6	1,89	971	61	3,5	3
1.600	1.650	446,6	2,44	992,6	21,6	1,3	2
Más de 1.650					7,4	0,4	0
Sumas					1.000,0	58,1	58

ficado que las análogas del cuadro núm. 3 de Gijón, y se ha empleado la misma tabla de probabilidades que se ha citado en 2.4.

La curva normal de probabilidades ajustada aparece dibujada en la figura 6, con abscisas tipificadas y ordenadas correspondientes que expresan probabilidades. En la misma curva se han marcado los intervalos de precipitación anual en Bilbao, entre los cuales se espera el 50, el 95 y el 99 por 100 de las observaciones.

6.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado.

Para realizar el contraste de las χ^2 , de Pearson, se utilizan los números de las columnas (g) y (h) del cuadro núm. 23, siendo necesario agrupar, por una parte, las cuatro primeras frecuencias y, por otra, las tres últimas. Con estas dos parejas de frecuencias agrupadas, y las restantes parejas de las columnas anteriormente citadas, se obtienen los datos para el cuadro núm. 24, que da para χ^2 el valor 3,56, con 6 grados de libertad. Así se obtiene un nivel de probabilidad situado entre el 70

CUADRO NÚM. 24.—Bilbao. Contraste de las χ^2 , para el ajuste realizado de la distribución de frecuencias de las cantidades anuales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades.

Intervalos mm.	Frecuencias		Diferencias (d)	d^2	d^2/E
	Esperadas (E)	Observadas			
950 ó menos	4,9	4	0,9	0,81	0,17
950,1 a 1.050	6,7	10	—3,3	10,89	1,63
1.050,1 a 1.150	10,8	7	3,8	14,44	1,34
1.150,1 a 1.250	12,4	14	—1,6	2,56	0,21
1.250,1 a 1.350	11,0	10	1,0	1,00	0,09
1.350,1 a 1.450	7,1	8	—0,9	0,81	0,11
Más de 1.450	5,2	5	0,2	0,04	0,01
					$3,56 = \chi^2$

Seis grados de libertad: $(P = 0,80) < \chi^2 < (P = 0,70)$

y 80 por 100 (11), que da una calificación muy buena para el ajuste realizado.

6.5.—Utilización del ajuste.

Utilizando el cuadro núm. 23 se exponen, en primer lugar, en el cuadro núm. 25, los porcentajes de frecuencias esperadas para las can-

CUADRO NÚM. 25.—Bilbao. Porcentajes de frecuencias esperadas, para los intervalos de precipitación anual que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

PRECIPITACION ANUAL EN MM.	PORCENTAJES DE FRECUENCIAS ESPERADAS
750 ó menos	0,7
750,1 a 850	2,0
850,1 a 950	5,7
950,1 a 1.050	11,6
1.050,1 a 1.150	18,6
1.150,1 a 1.250	21,3
1.250,1 a 1.350	18,9
1.350,1 a 1.450	12,2
1.450,1 a 1.550	6,1
1.550,1 a 1.650	2,2
1.650,1 ó más.	0,7

(11) Tabla citada en (5).

tidades de precipitación anual en Bilbao, que se expresan en el citado cuadro en intervalos de 100 en 100 mm.

Después, teniendo en cuenta las estimaciones hechas para la precipitación media anual y la desviación típica en Bilbao, y siguiendo el procedimiento expuesto para Gijón en 2.6, se calcula el cuadro núm. 26,

CUADRO NÚM. 26.—Bilbao. Límites de la precipitación anual esperada, para los porcentajes de observaciones que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

PORCENTAJE DE OBSERVACIONES	LIMITES DE LA PRECIPITACION ANUAL ESPERADA EN MM.
50	1.079,7 a 1.327,1
95	843,9 a 1.562,9
99	731,0 a 1.675,8
99,9	599,9 a 1.806,9

que da los límites de la precipitación anual esperada para porcentajes de uso habitual.

7.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES TRIMESTRALES (POR ESTACIONES) DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN GIJON, A UNA DISTRIBUCION NORMAL CORREGIDA DE PROBABILIDADES

7.1.—Preliminares.

Como es habitual en el estudio de las cantidades trimestrales de precipitación, se consideran los cuatro trimestres del año siguientes: septiembre, octubre y noviembre (otoño); diciembre, enero y febrero (invierno); marzo, abril y mayo (primavera), y junio, julio y agosto (verano). Así se procede para la agrupación de las precipitaciones mensuales del cuadro núm. 1, para obtener las trimestrales, tomándose desde diciembre del año 1922 hasta noviembre del año 1935, y desde diciembre del año 1938 hasta noviembre del año 1960. La no inclusión de algunos trimestres obedece a la conveniencia de que haya el mismo número de los correspondientes a distintas estaciones del año. Resultan así, para cada una de ellas, 35 datos que, para las cuatro estaciones del año, hacen un total de 140 datos.

Estos datos, clasificados en intervalos de 50 en 50 mm., se expresan en el cuadro núm. 27, donde la columna encabezada por (a) refiere los intervalos; la encabezada por (b), las marcas o centros de intervalo, X , y la encabezada por (c), las frecuencias, F , para cada intervalo. La representación gráfica de estas frecuencias se hace en el histograma contenido en la figura 7.

El citado cuadro núm. 27 es análogo al cuadro núm. 2, y las columnas correspondientes de ambos están encabezadas por las mismas letras: no se considera, por tanto, necesario repetir las explicaciones dadas en 2,3, respecto al significado de dichas columnas, cuya comprensión por otra parte, es fácil. En primer lugar, utilizando la suma de los números contenidos en las columnas (c) y (d), se halla la media de la precipitación trimestral, $M = 251,4$ mm., que figura al pie del cuadro. También al pie de dicho cuadro figura $X_0 = 250$ mm. respecto a cuyo valor se toman, en principio, los momentos, para facilitar los cálculos, y $d = M - X_0 = 1,4$ mm., necesario para las correcciones con objeto de referir los anteriores momentos a la media. Para las columnas (e) en adelante se toma como unidad 25 mm.

7.2.—Cálculo de la asimetría y del apuntamiento o achatamiento de la distribución.

Para el cálculo de la asimetría y del apuntamiento o achatamiento de la distribución de frecuencias de las cantidades trimestrales de preci-

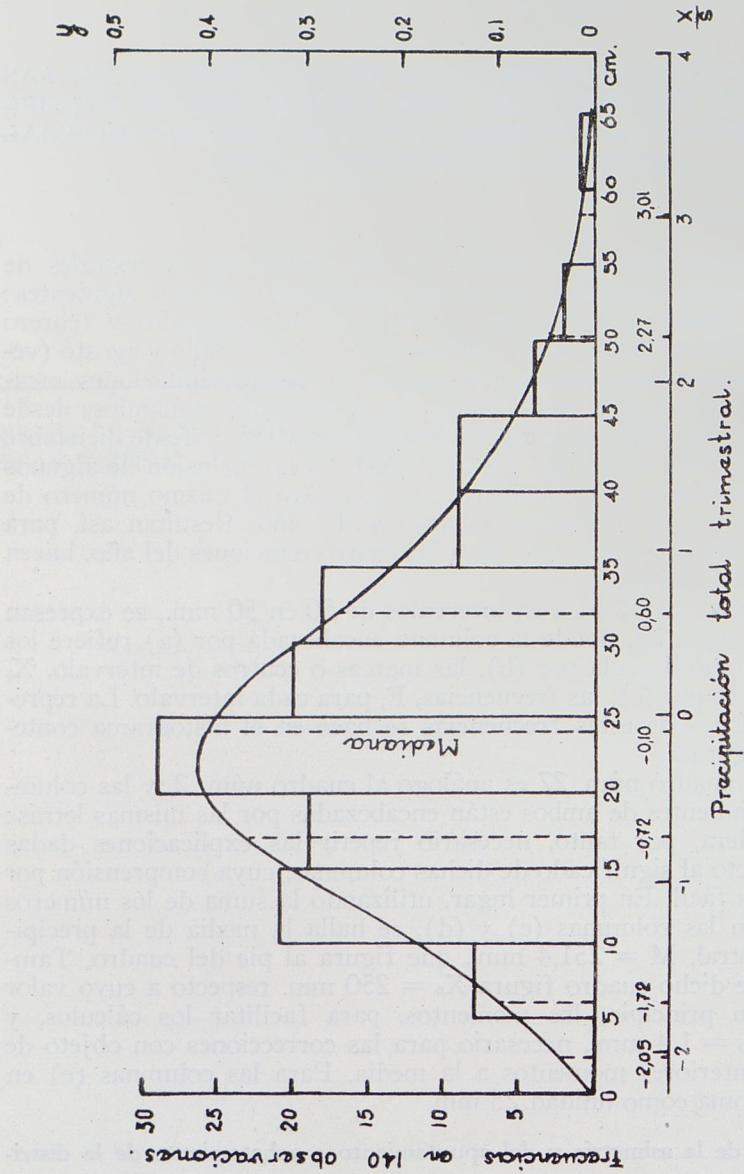


Fig. 7.—Gijón. Histograma de frecuencias de las cantidades de precipitación trimestral (por estaciones) en treinta y cinco años y curva de distribución de probabilidades ajustada.
Media = 251,4 mm.; desviación típica = 110,7 mm.

CUADRO NÚM. 27.—Gijón, Disposición de los cálculos para la determinación de los estadísticos, que se indican en el texto, de la distribución de las cantidades trimestrales (por estaciones) de precipitación.

(a) Intervalos mm.	(b) Marcas X	(c) Fre- cuencias F	(d) X · F	(e) $\frac{X - X_o}{25}$	(f) $\left(\frac{X - X_o}{25}\right)^2$	(g) $\left(\frac{X - X_o}{25}\right)^3$ · F	(h) $\left(\frac{X - X_o}{25}\right)^3$	(i) $\left(\frac{X - X_o}{25}\right)^3$ · F	(j) $\left(\frac{X - X_o}{25}\right)^4$	(k) $\left(\frac{X - X_o}{25}\right)^4$ · F
50 a 100	75	8	600	—7	49	392	—343	—2.744	2.401	19.208
100 a 150	125	21	2.625	—5	25	525	—125	—2.625	625	13.125
150 a 200	175	19	3.325	—3	9	171	—27	—513	81	1.539
200 a 250	225	29	6.525	—1	1	29	—1	—29	1	29
250 a 300	275	20	5.500	1	1	20	1	20	1	20
300 a 350	325	18	5.850	3	9	162	27	486	81	1.458
350 a 400	375	9	3.375	5	25	225	125	1.125	625	5.625
400 a 450	425	9	3.825	7	49	441	343	3.087	2.401	21.609
450 a 500	475	4	1.900	9	81	324	729	2.916	6.561	26.244
500 a 550	525	2	1.050	11	121	242	1.331	2.662	14.641	29.282
550 a 600	575	0	0	13	169	0	2.197	0	28.561	0
600 a 650	625	1	625	15	225	225	3.375	3.375	50.625	50.625
Sumas ...		140	35.200			2.756		7.760		168.764

M = 251,4 mm.; X_o = 250 mm.; d = 251,4 — 250 = 1,4 mm.

pitación en Gijón, es necesario el cálculo previo de los momentos de segundo, tercero y cuarto orden de la citada distribución, lo cual se realiza con los datos contenidos en el cuadro núm. 27. Se sigue el mismo procedimiento que se expuso en 2,3, con el simbolismo allí empleado.

Momento de segundo orden:

$$n^2 = \frac{25^2}{140} \times 2.756 - 1,4^2 = 12.301,61 \text{ mm}^2.$$

Corrección de Sheppard,

$$m_2 = n_2 - \frac{1}{12} \times 25^2 \cong 12.250 \text{ mm}^2.$$

El valor de la desviación típica, s , es,

$$s = \sqrt{12.250} = 110,7 \text{ mm}.$$

Momento de tercer orden:

$$m_3 = \frac{25^3}{140} \times 7.760 - 3 \times 12.301,61 \times 1,4 - 1,4^3 = 814.401,923$$

$$\text{mm}^3 \cong 814.402 \text{ mm}^3.$$

Momento de cuarto orden:

$$n_4 = \frac{25^4}{140} \times 168.764 - 4 \times 814.401,923 \times 1,4 - 6 \times 12.301,61 \times$$

$$\times 1,4^2 - 1,4^4 = 466.176.374,8846 \text{ mm}^4.$$

Corrección de Sheppard,

$$m_4 = n_4 - \frac{1}{2} \times 12.301,61 \times 25^2 + \frac{7}{240} \times 25^4 \cong 462.343.515 \text{ mm}^4$$

A partir de estos valores hallados para los momentos se calculan la asimetría y el apuntamiento o achatamiento (kurtosis). La asimetría vale:

$$g_1 = \frac{814.402}{\sqrt{12.250^3}} = 0,601.$$

Si no hubiese asimetría se esperaría un valor $g_1 = 0$, con una desviación típica, según Pearson,

$$s = \sqrt{\frac{6 \times 140 \times 139}{138 \times 141 \times 143}} = 0,205.$$

Puesto que $g_1 = 0,601 > 1,96 s = 1,96 \times 0,205 = 0,402$, el valor hallado para g_1 queda fuera de los márgenes de tolerancia para una asimetría nula, al nivel 95 por 100. En consecuencia, la distribución que se estudia tiene asimetría real y positiva.

El apuntamiento o achatamiento vale:

$$g_2 = \frac{462.343.515}{12.250^2} - 3 = 0,081.$$

Siguiendo a Pearson se espera, en una distribución normal, para el número de observaciones empleadas, un valor de $g_2 = -0,04$, con una tolerancia al 95 por 100 (12) de

$$-0,62 < g_2 < 0,88.$$

Por tanto, no hay seguridad de apuntamiento real.

7.3.—Tipo de curva de ajuste empleada y realización del ajuste.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos para la asimetría y el apuntamiento, se ensayó el ajuste de la distribución de frecuencias que se estudia, a una curva normal corregida, usando las tablas (c) del Apéndice II y Apéndice III y IV de la obra citada en (4). Si el área bajo esta curva vale en total 1.000, el área a la izquierda de una abscisa $x = X - M$ tiene por expresión:

$$A' = A + g_1 B + g_2 C,$$

siendo A el área bajo la curva normal de igual media y desviación típica s , y

$$B = 1.000 \frac{sy}{6} \left(1 - \frac{x^2}{s^2} \right) \quad ; \quad C = 1.000 \frac{sy}{24} \frac{x}{s} \left(5 - \frac{x^2}{s^2} \right),$$

donde y = ordenada de la citada curva normal. La primera corrección de A, o sea, $g_1 B$, nos da la corrección por asimetría. La segunda, o sea, $g_2 C$, la corrección por apuntamiento.

En el cuadro núm. 28 se expone el ajuste realizado. Las columnas

(12) Obra y tabla citada en (4).

CUADRO NÚM. 28.—Gijón. Ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades trimestrales (por estaciones) de precipitación, a una distribución normal de probabilidades, corregida de asimetría y apuntamiento.

(a) Marcas mm.	(b) Límites X	(c) $x = X - M$	(d) $z = \frac{x}{s}$	(e) A	(f) $g_1 B$	(g) $g_2 C$	(h) $A + g_1 B +$ $+ g_2 C$	(i) $\Delta A'$	(j) FRECUENCIAS		(k) Observa- das
									Esperadas $\Delta A' 0,140$		
25	0	—251,4	—2,27	11,7	—12,6	0,5	0	16	2,2		0
75	50	—201,4	—1,82	34	—17,6	0,1	16	55	7,7		8
125	100	—151,4	—1,37	85	—13,6	—0,8	71	110	15,4		21
175	150	—101,4	—0,92	179	4,0	—1,7	181	169	23,7		19
225	200	— 51,4	—0,46	323	28,3	—1,6	350	186	26,0		29
275	250	— 1,4	—0,01	496	40,0	0,0	536	165	23,1		20
325	300	48,6	0,44	670	29,2	1,5	701	119	16,7		18
375	350	98,6	0,89	813	5,6	1,8	820	78	10,9		9
425	400	148,6	1,34	910	—12,9	0,9	898	47	6,6		9
475	450	198,6	1,79	963	—17,8	—0,1	945	29,3	4,1		4
525	500	248,6	2,25	987,7	—12,9	—0,5	974,3	15,2	2,1		2
575	550	298,6	2,70	996,5	—6,6	—0,4	989,5	7,0	1,0		0
625	600	348,6	3,15	999,2	—2,5	—0,2	996,5	2,5	0,4		1
Más de 650.	650	398,6	3,60	999,8	—0,7	—0,1	999,0	1,0	0,1		0
Sumas ...								1.000,0	140,0		140

(a), (b), (c), (d) y (e) tienen el significado habitual en el ajuste de una curva normal, como ya se ha hecho en páginas anteriores (2.4). Las columnas (f) y (g) corresponden a las correcciones de asimetría y apuntamiento, respectivamente. La columna (h) expresa las áreas a la izquierda de los valores de la columna (b), o sea, las frecuencias teóricas, en tantos por mil, de cantidades de precipitación trimestral iguales o inferiores a las de la citada columna (b). Por diferencia entre los números consecutivos de la columna (h) se obtienen los de la columna (i), o sea, las frecuencias esperadas, en tantos por mil, en los intervalos correspondientes de la columna (b). Para cada uno de estos intervalos, las frecuencias esperadas en la distribución que se estudia se expresan en la columna (j), obtenida multiplicando los números de la columna precedente por 0,140. Al lado de cada frecuencia esperada aparece en la columna (k) la correspondiente observada, con arreglo a los datos del cuadro núm. 27, columna (c).

La curva de la figura 7 expresa gráficamente el ajuste realizado. En dicha figura se expresan también las abscisas tipicadas de las cantidades de precipitación y las ordenadas (probabilidades) de la distribución teórica. La inspección de dicha figura muestra ya que el ajuste realizado es aceptable.

7.4.—Contraste del ajuste realizado.

Se utiliza para contrastar la bondad del ajuste, la prueba de las χ^2 de Pearson, comparando las frecuencias esperadas y observadas del cuadro núm. 28. Es preciso agrupar, en ambas, los dos primeros datos, por una parte, y los cinco últimos, por otra. Se obtienen, así, los números del cuadro núm. 29, mediante el cual se calcula $\chi^2 = 5,46$, con ocho

CUADRO NÚM. 29.—Gijón. Contraste de las χ^2 , para el ajuste realizado de la distribución de frecuencias de las cantidades trimestrales de precipitación, a una distribución normal de probabilidades, corregida de asimetría y apuntamiento.

INTERVALOS mm.	FRECUENCIAS		DIFEREN- CIAS (d)	d ²	d ² /E
	Esperadas (E)	Observadas			
100 ó menos	9,9	8	1,9	3,61	0,36
100,1 a 150	15,4	21	—5,6	31,36	2,04
150,1 a 200	23,7	19	4,7	22,09	0,93
200,1 a 250	26,0	29	—3,0	9,00	0,35
250,1 a 300	23,1	20	3,1	9,61	0,42
300,1 a 350	16,7	18	—1,3	1,69	0,10
350,1 a 400	10,9	9	1,9	3,61	0,33
400,1 a 450	6,6	9	—2,4	5,76	0,87
Más de 450	7,7	7	0,7	0,49	0,06
					5,46 = χ^2

Ocho grados de libertad: $(P = 0,80) < \chi^2 < (P = 0,70)$.

grados de libertad. Este valor corresponde a un nivel de probabilidad entre el 70 y el 80 por ciento (13), que expresa un alto valor de aceptación para el ajuste realizado.

7.5.—Utilización del ajuste.

En primer lugar, del cuadro núm. 28 se obtienen las frecuencias esperadas, en tantos por ciento, para cantidades de precipitación trimestrales (por estaciones) comprendidas en intervalos de 50 en 50 mm., tal como se expresan en el cuadro núm. 30.

CUADRO NÚM. 30.—Gijón, Porcentajes de frecuencias esperadas, para los intervalos de precipitación trimestral (por estaciones) que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

PRECIPITACION TRIMESTRAL (POR ESTACIONES) EN MM.	PORCENTAJE DE FRECUENCIAS ESPERADAS
50 ó menos	1,6
50,1 a 100	5,5
100,1 a 150	11,0
150,1 a 200	16,9
200,1 a 250	18,6
250,1 a 300	16,5
300,1 a 350	11,9
350,1 a 400	7,8
400,1 a 450	4,7
450,1 a 500	2,9
500,1 a 550	1,5
550,1 a 600	0,7
600,1 ó más	0,4

Después se procede a calcular los límites de precipitación esperados para frecuencias características de observaciones. Para ello previamente se expresan en el cuadro núm. 31, y para las frecuencias adecuadas, los límites superiores que se obtienen en la distribución teórica normal corregida por asimetría y apuntamiento. Dichos límites superiores se exponen, sucesivamente, en forma tipificada, en desviaciones respecto de la media y en valores de precipitación total trimestral, teniéndose en cuenta que $\frac{x}{s} = \frac{X - M}{s}$, o sea, en este caso, $\frac{x}{s} = \frac{X - 251,4}{110,7}$.

Todos los valores encontrados se representan en la figura 7, y nos permiten hallar los límites de la cantidad de precipitación esperada al trimestre, en Gijón, para porcentajes habituales, tal como se expone en el cuadro núm. 32.

(13) Tabla citada en (5).

CUADRO NÚM. 31.—Gijón. Límite superior de la precipitación trimestral esperada, para los porcentajes de observaciones que se expresan, según la curva de probabilidades ajustada.

PORCENTAJE DE OBSERVACIONES	LÍMITE SUPERIOR ESPERADO		
	$z = \frac{x}{s}$	x	X mm.
0,5	—2,05	—226,9	24,5
2,5	—1,72	—190,4	61,0
25	—0,72	—79,7	171,7
50	—0,10	—11,1	240,3
75	0,60	66,4	317,8
97,5	2,27	251,3	502,7
99,5	3,01	333,2	584,6

CUADRO NÚM. 32.—Gijón. Límites de la precipitación trimestral esperada, para los porcentajes de observaciones que se indican, según la curva de probabilidades ajustada.

PORCENTAJE DE OBSERVACIONES	LÍMITES DE LA PRECIPITACION TRIMESTRAL ESPERADA, EN MM.
50	172 a 318
95	61 a 503
99	24 a 585

8.—DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES MENSUALES DE PRECIPITACION RECOGIDAS EN GIJON.

8.1.—Preliminares.

Se obtienen los datos para el estudio de la distribución de las frecuencias de las cantidades mensuales de precipitación del cuadro número 1, tomándose todos aquellos meses que corresponden a años que tienen observaciones completas, o sea, durante los doce meses del año. Las precipitaciones mensuales así escogidas, clasificadas en intervalos de 20 en 20 mm., tiene una distribución de frecuencias que se presenta en el cuadro núm. 33. El histograma correspondiente se representa en la figura 8.

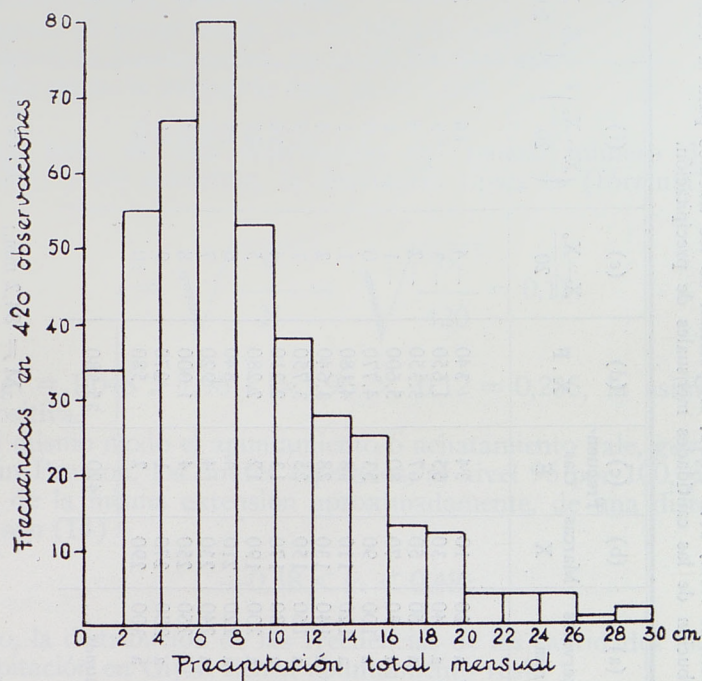


Fig. 8.—Gijón, Histograma de frecuencias de las cantidades de precipitación mensual en treinta y cinco años.

CUADRO NÚM. 33.—Gijón. Disposición de los cálculos para la determinación de los estadísticos, que se indican en el texto, de la distribución de las cantidades mensuales de precipitación.

(a) Intervalos mm.	(b) Marcas X	(c) Frecuen- cias F	(d) X · F	(e) $\frac{X - X_o}{20}$	(f) $\left(\frac{X - X_o}{20}\right)^2$	(g) $\left(\frac{X - X_o}{20}\right)^2 \cdot F$	(h) $\left(\frac{X - X_o}{20}\right)^3$	(i) $\left(\frac{X - X_o}{20}\right)^3 \cdot F$	(j) $\left(\frac{X - X_o}{20}\right)^4$	(k) $\left(\frac{X - X_o}{20}\right)^4 \cdot F$
0 a 20	10	34	340	-4	16	544	-64	-2,176	256	8,704
20 a 40	30	55	1,650	-3	9	495	-27	-1,485	81	4,455
40 a 60	50	67	3,350	-2	4	268	-8	-536	16	1,072
60 a 80	70	80	5,600	-1	1	80	-1	80	1	80
80 a 100	90	53	4,770	0	0	0	0	0	0	0
100 a 120	110	38	4,180	1	1	38	1	38	1	38
120 a 140	130	28	3,640	2	4	112	8	224	16	448
140 a 160	150	25	3,750	3	9	225	27	675	81	2,025
160 a 180	170	13	2,210	4	16	208	64	832	256	3,328
180 a 200	190	12	2,280	5	25	300	125	1,500	625	7,500
200 a 220	210	4	840	6	36	144	216	864	1,296	5,184
220 a 240	230	4	920	7	49	196	343	1,372	2,401	9,604
240 a 260	250	4	1,000	8	64	256	512	2,048	4,096	16,384
260 a 280	270	1	270	9	81	81	729	729	6,561	6,561
280 a 300	290	2	580	10	100	200	1,000	2,000	10,000	20,000
Sumas ...		420	35,380			3,147		6,005		85,383

$M = 84,2$ mm.; $X_o = 90$ mm.; $d = 84,2 - 90 = -5,8$ mm.

El significado de las distintas columnas del cuadro núm. 33 es el mismo que el indicado para el cuadro núm. 2, y es, por otra parte, fácilmente comprensible. Mediante la suma de los números de las columnas (c) y (d) se obtiene, para la media de la precipitación mensual en Gijón, el valor $M = 84,2$ mm., que aparece al pie del cuadro. También al pie del mismo figuran $X_0 = 90$ mm., para el cálculo provisional de los momentos, y $d = M - X_0 = -5,8$ mm., para la corrección de los mismos con objeto de referirlos a la media. Asimismo, para facilitar los cálculos, se toma como unidad provisional 20 mm.

8.2.—Cálculo de la asimetría y del apuntamiento o achatamiento de la distribución.

Para el cálculo de la asimetría y del apuntamiento o achatamiento de la distribución se hace previamente el cálculo de los momentos de segundo, tercero y cuarto orden, por el procedimiento desarrollado en 2.3., utilizándose los datos del cuadro núm. 33. Dichos momentos, con la corrección de Sheppard para el segundo y cuarto, son:

Momento de segundo orden, $m_2 = 2.930$ mm².

Desviación típica, $s = 54,1$ mm.

Momento de tercer orden, $m_3 = 166.141$ mm³.

Momento de cuarto orden, $m_4 = 35.190.510$ mm⁴.

De este modo la asimetría vale, $g_1 = 1,048$.

Ahora bien, en una distribución del mismo número de datos ($N = 420$), y sin asimetría, la desviación típica es (fórmula aproximada):

$$s = \sqrt{\frac{6}{N}} = \sqrt{\frac{6}{420}} = 0,12.$$

Siendo $g_1 = 1,048 > 1,96$ $s = 1,96 \times 0,12 = 0,235$, la asimetría es real y positiva.

Del mismo modo el apuntamiento o achatamiento vale, $g_2 = 1,099$.

Según Pearson, los límites esperados, al nivel 95 por 100, para una muestra de la misma extensión aproximadamente, de una distribución normal, son (14):

$$-0,38 < g_2 < 0,48;$$

por tanto, la distribución de las frecuencias de las cantidades mensuales de precipitación en Gijón tienen apuntamiento real.

(14) Obra y tabla citada en (4).

Teniendo en cuenta los valores hallados para g_1 y g_2 no es posible, desde luego, el ajuste de la distribución de frecuencias de las cantidades mensuales de precipitación a una curva normal de probabilidades. Tampoco es posible el ajuste a una curva normal corregida por asimetría y apuntamiento, por ser demasiado altos los valores de g_1 y g_2 . Ensayado este último ajuste se obtuvo en la prueba de las χ^2 un nivel de probabilidad entre el 10 y el 20 por 100.

Otra alternativa la constituye el empleo, para el ajuste, de la distribución logaritmo normal derivada, como la anterior, de la normal. Pero, para este caso, el valor de g_2 es apreciablemente más bajo que el que se especifica debiera obtenerse (2,014) para la aplicación del ajuste de la distribución logaritmo normal a esta distribución en estudio.

Por todo lo anterior, el ajuste realizado ha sido gráfico y a las frecuencias relativas acumuladas, como se expone a continuación.

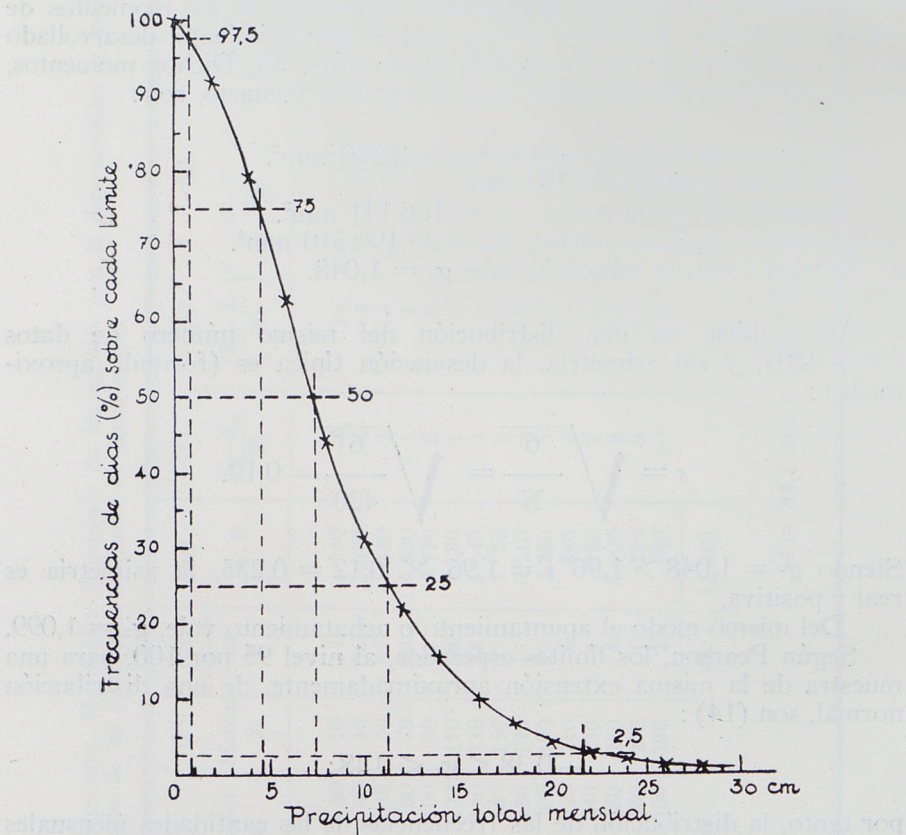


Fig. 9.—Gijón. Frecuencias, en tantos por ciento, de cantidades de precipitación mensual igual o superior a cada abscisa, en treinta y cinco años.

8.3.—Curva de frecuencias relativas acumuladas.

Utilizando las frecuencias absolutas observadas, cuadro núm. 33, se calculan las frecuencias relativas acumuladas, en tantos por ciento, de las cantidades de precipitación mensual iguales o superiores a 0, 20, 40, 60, etc., mm. Tales frecuencias relativas aparecen marcadas por puntos en la fig. 9, siendo fácil ajustarles, a estima, una curva. De esta gráfica, y como se indica en la figura, se obtienen los valores límites de precipitación mensual entre los cuales quedan algunos porcentajes habituales, a saber:

Mediana en 73 mm.

50 por 100 de observaciones entre 45 y 112 mm.

95 por 100 de observaciones entre 4 y 216 mm



Fig. 7. Curva de precipitación en función del tiempo de infiltración de precipitación acumulada en el suelo superior a cada estación, en febrero y abril de 1964.

INDICE

	Páginas
1.—DISTRIBUCION DE LAS FRECUENCIAS DE CANTIDADES DE PRECIPITACION RECOGIDA	5
2.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN GIJON, A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES	7
2.1.—Preliminares	7
2.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu	10
2.3.—Contraste previo del ajuste mediante la asimetría y el apuntamiento o achatamiento de la distribución de frecuencias	11
2.4.—Realización del ajuste	14
2.5.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado	15
2.6.—Utilización del ajuste	17
3.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN LA CORUÑA, A UNA DISTRIBUCION, NORMAL DE PROBABILIDADES ...	19
3.1.—Preliminares	19
3.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu	20
3.3.—Realización del ajuste	21
3.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado	21
3.5.—Utilización del ajuste	23
4.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN CASTROPOL (PROVINCIA DE OVIEDO), A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES	25
4.1.—Preliminares	25
4.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu	27
4.3.—Realización del ajuste	27
4.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado	27
4.5.—Utilización del ajuste	29
5.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN SANTANDER, A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES	31
5.1.—Preliminares	31
5.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu	33
5.3.—Realización del ajuste	33
5.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado	34
5.5.—Utilización del ajuste	34

6.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES ANUALES DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN BILBAO, A UNA DISTRIBUCION NORMAL DE PROBABILIDADES	37
6.1.—Preliminares	37
6.2.—Contraste previo del ajuste mediante el criterio de Cornu	39
6.3.—Realización del ajuste	39
6.4.—Contraste posterior de la bondad del ajuste realizado	40
6.5.—Utilización del ajuste	41
7.—AJUSTE DE LA DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES TRIMESTRALES (POR ESTACIONES) DE PRECIPITACION, RECOGIDAS EN GIJON, A UNA DISTRIBUCION NORMAL CORREGIDA DE PROBABILIDADES	43
7.1.—Preliminares	43
7.2.—Cálculo de la asimetría y del apuntamiento o achatamiento de la distribución	43
7.3.—Tipo de curva de ajuste empleada y realización del ajuste	47
7.4.—Contraste del ajuste realizado	49
7.5.—Utilización del ajuste	50
8.—DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS CANTIDADES MENSUALES DE PRECIPITACION RECOGIDAS EN GIJON	53
8.1.—Preliminares	53
8.2.—Cálculo de la asimetría y del apuntamiento o achatamiento de la distribución	55
8.3.—Curva de frecuencias relativas acumuladas	57

GRÁFICAS VIRGEN DE LORETO